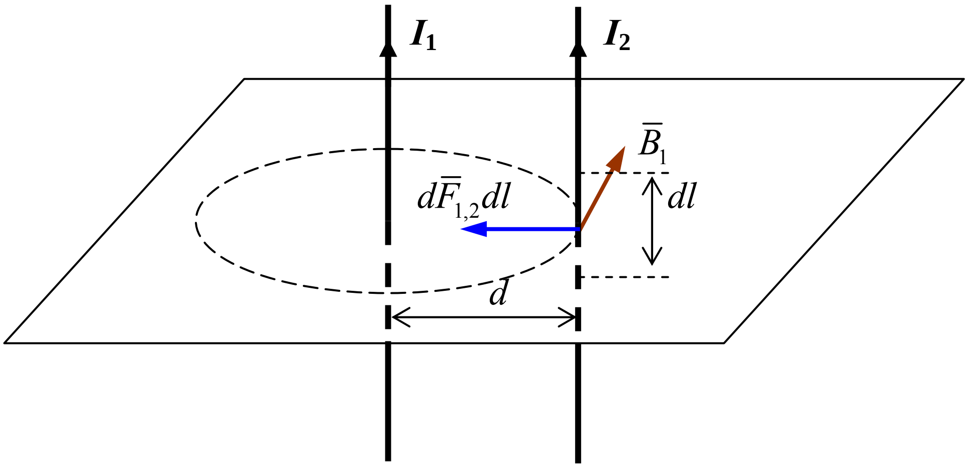
Физика

№№411, 431, 451, 471, 501, 511, 521, 551, 601, 641

411. По двум параллельным проводам длиной $l = 3\ м$ каждый текут одинаковые токи $I = 500\ А$. Расстояние d между проводами равно 10 см. Определить силу $\overline{F}$ взаимодействия проводов.

Дано:
$l = 3\ м$
$I = 500\ А$
$d = 10\ см = 0{,}10\ м$
Найти: $F = ?$

Решение:



Взаимодействие двух проводников, по которым текут токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создает магнитное поле, которое действует на другой проводник. Предположим, что оба тока (обозначим их I_1 и I_2) текут в одном направлении.

Вычислим силу $\overline{F}_{1,2}$, с которой магнитное поле, созданное током I_1, действует на проводник с током I_2. Для этого проведем магнитную силовую линию так (штриховая линия на рисунке), чтобы она касалась проводника с током I_2. По касательной к силовой линии проведем вектор магнитной индукции $\overline{B}_1$. Модуль магнитной индукции $\overline{B}_1$ определяется соотношением:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \tag{1}$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Согласно закону Ампера, на каждый элемент второго проводника с током I_2 длиной dl_2 действует в магнитном поле сила:

$$d\overline{F}_{1,2} = I_2 B_1 dl_2 \sin\left(\widehat{d\overline{l}_2; \overline{B}_1}\right)$$

Т.к. отрезок dl_2 перпендикулярен вектору $\overline{B}_1$, то $\sin\left(\widehat{d\overline{l}_2; \overline{B}_1}\right) = 1$

и тогда $d\overline{F}_{1,2} = I_2 B_1 dl_2$ (2)

Подставим (1) в (2):

$$dF_{1,2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl_2 \qquad (3)$$

Силу $F_{1,2}$ взаимодействия проводников с током найдем интегрированием по всей длине второго проводника:

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^{l_2} dl_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l_2 \qquad (4)$$

Т.к. $I_1 = I_2 = I$ и $l_2 = l$, получим

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} l \qquad (5)$$

Тогда сила взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных параллельных токов на единицу длины:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \qquad (6)$$

Сила взаимодействия двух параллельных проводников:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \cdot l = \frac{\mu_0 I^2 \cdot l}{2\pi d} \qquad (7)$$

Проверим размерность формулы (7):

$$[F] = \frac{\frac{Гн}{м} \cdot A^2 \cdot м}{м} = \frac{Гн \cdot A^2}{м} = \frac{\frac{Вб}{A} \cdot A^2}{м} = \frac{В \cdot с \cdot A}{м} = \frac{В \cdot Кл}{м} = \frac{Дж}{м} = \frac{Н \cdot м}{м} = Н$$

Произведем вычисления: $F = \dfrac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (500)^2 \cdot 3}{2\pi \cdot 0{,}10} = 1{,}5\ (Н)$

Ответ: $F = 1{,}5\ Н$.

431. Два иона разных масс с одинаковыми зарядами влетели в однородное магнитное поле и стали двигаться по окружностям радиусами $R_1 = 3\ см$ и $R_2 = 1{,}73\ см$. Определить отношение масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

Дано:

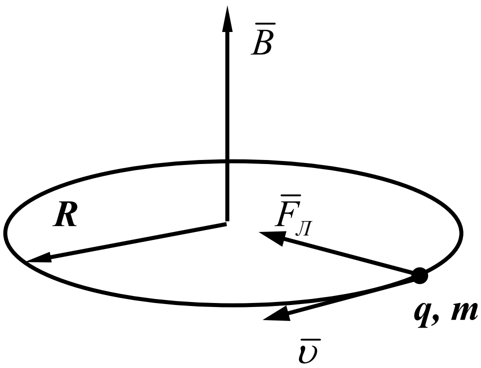
$q_1 = q_2$

$R_1 = 3\ см = 0{,}03\ м$

$R_2 = 1{,}73\ см = 0{,}0173\ м$

Найти: $\dfrac{m_1}{m_2} = ?$

Решение:



При прохождении ускоряющей разности потенциалов U работа сил электростатического поля идет на сообщение частицам кинетической энергии:

$$q \cdot U = \frac{m\upsilon^2}{2} \qquad (1)$$

где $m -$масса частицы; $\upsilon -$скорость частицы.

Так как по условию задачи заряд частиц одинаковый и прошли они одинаковую разность потенциалов, то их кинетические энергии равны, следовательно:

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} \qquad (2)$$

где m_1, m_2 – масса первого и второго иона соответственно, υ_1, υ_2 – скорость первого и второго иона, соответственно.

На движущийся в магнитном поле заряд действует сила Лоренца $\overline{F}_Л$:

$$F = q \cdot \upsilon \cdot B \cdot \sin\alpha = q \cdot \upsilon \cdot B \qquad (3)$$

где q – заряд иона; α – угол между вектором скорости $\overline{\upsilon}$ и вектором магнитной индукции $\overline{B}$ (в данном случае $\overline{\upsilon} \perp \overline{B}$ и $\alpha = 90^0$, $\sin 90^0 = 1$); B – магнитная индукция.

Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, сообщает электрону нормальное (центростремительное) ускорение a_n. По второму закону Ньютона:

$$F = ma_n = m \cdot \frac{\upsilon^2}{R} \qquad (4)$$

где $a = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ – центростремительное ускорение; R – радиус кривизны траектории.

Приравняем (3) и (4): $q \cdot B = m \cdot \dfrac{\upsilon}{R}$ (5)

Тогда для каждого иона:

$$q\upsilon_1 B = \frac{m_1 \upsilon_1^2}{R_1} \qquad (6)$$

$$q\upsilon_2 B = \frac{m_2 \upsilon_2^2}{R_2} \qquad (7)$$

$$\frac{m_1 \upsilon_1}{R_1} = \frac{m_2 \upsilon_2}{R_2} \qquad (8)$$

Из (8): $\upsilon_2 = \dfrac{m_1 \upsilon_1 R_2}{R_1 m_2}$ (9)

Подставим (9) в (2):

$$m_1 \upsilon_1^2 = m_2 \left(\frac{m_1 \upsilon_1 R_2}{m_2 R_1} \right)^2$$

$$\frac{m_1}{m_2}\upsilon_1^2 = \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot \upsilon_1^2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \left(\frac{0,03\ м}{0,0173\ м}\right)^2 = 3$$

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = 3$.

451. Плоский контур площадью $S = 20$ см^2 находится в однородном магнитном поле с индукцией ($B = 0{,}03$ *Тл*). Определить магнитный поток Φ, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\varphi = 60^0$ с направлением линий индукции.

Дано:

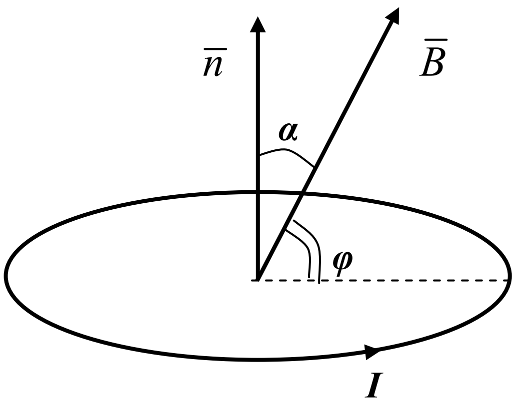
$S = 20\ см^2 = 20 \cdot 10^{-4}\ м^2$

$B = 0{,}03\ Тл$

$\varphi = 60^0$

Найти: $\Phi = ?$

Решение:



Магнитный поток через площадь контура:

$\Phi = BS\cos\alpha$

где $\alpha -$ угол между вектором магнитной индукции $\overline{B}$ и нормалью к плоскости контура $\overline{n}$; $S -$ площадь контура.

$\Phi = BS\cos\left(90^0 - \varphi\right) =$

$= 0{,}03Тл \cdot 20 \cdot 10^{-4}\ м^2 \cdot \cos\left(90^0 - 60^0\right) = 5{,}2 \cdot 10^{-5}\ Вб$

где $\varphi -$ угол между плоскостью контура и нормалью к плоскости контура.

Ответ: $\Phi = 5{,}2 \cdot 10^{-5}\ Вб$.

471. Соленоид сечением $S = 10\ см^2$ содержит $N = 10^3$ витков. При силе тока $I = 5$ А магнитная индукция B поля внутри соленоида равна 0,05 Тл. Определить индуктивность L соленоида.

Дано:

$S = 10\ см^2 = 10 \cdot 10^{-4}\ м^2$

$N = 10^3$

$I = 5\ A$

Найти: $L = ?$

Решение:

Индуктивность соленоида определяется формулой:

$$L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot V = \mu_0 \cdot \left(\frac{N}{l}\right)^2 \cdot S \cdot l = \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l} \cdot S \qquad (1)$$

где $\mu_0 -$ магнитная постоянная; $n = \dfrac{N}{l} -$ число витков соленоида на единицу длины; $V = S \cdot l -$ объем соленоида; $N -$ общее число витков в соленоиде; $l -$ длина соленоида, $S -$ площадь поперечного сечения соленоида.

Индукция магнитного поля внутри соленоида:

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I \qquad (2)$$

где $I -$ сила тока.

Разделим (1) на (2):

$$\frac{L}{B} = \frac{\mu_0 \cdot \dfrac{N^2}{l} \cdot S}{\mu_0 \cdot \dfrac{N}{l} \cdot I} = \frac{N \cdot S}{I}$$

или $L = \dfrac{N \cdot S \cdot B}{I}$ (3)

Проверим размерность:

$$\left[L\right] = \frac{м^2 \cdot Тл}{A} = \frac{Вб}{A} = Гн$$

Произведем вычисления:

$$L = \frac{10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0,05}{5} = 0,01\,(\mathit{Гн})$$

Ответ: $L = 0,01$ *Гн*.

501. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плоско-выпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус r_3 третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0{,}6\,мкм$ равен 0,82 мм. Радиус кривизны линзы $R = 0{,}5\,м$.

Дано:

$r_3 = 0{,}82\ мм = 0{,}82 \cdot 10^{-3}\ м$

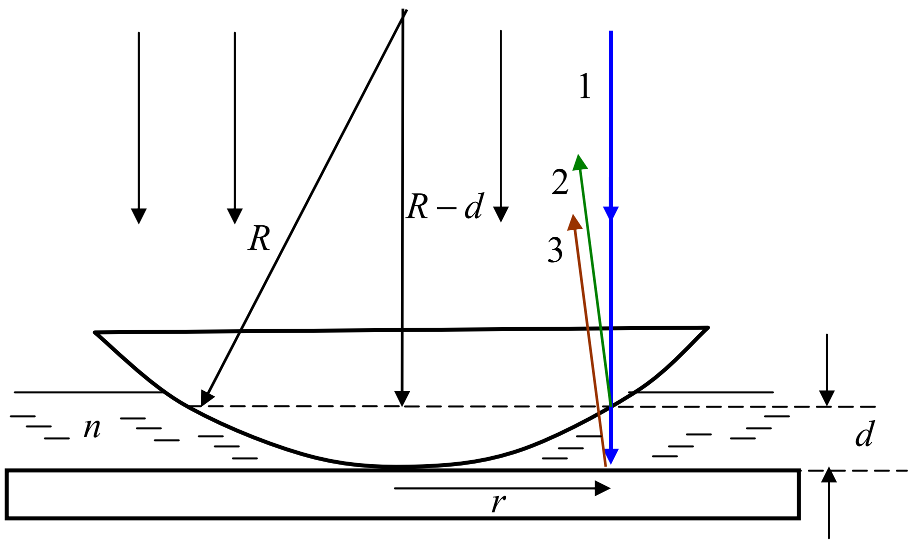
$\lambda = 0{,}6\ мкм = 0{,}6 \cdot 10^{-6}\ м$

$R = 0{,}5\ м$

$m = 3$

Найти: $n = ?$

Решение:



Параллельный пучок света, падая нормально на плоскопараллельную пластинку, частично отражается от верхней и нижней поверхностей зазора между линзой и пластинкой. Лучи ***2*** и ***3*** , возникающие при отражении от верхней и нижней границы поверхностей, идут практически по направлению падающего луча ***1***. При наложении отраженных лучей возникают кольцевые полосы равной толщины.

Условие образования темных колец (интерференционных минимумов):

$$\Delta = (2m+1)\cdot\frac{\lambda}{2} \qquad (1)$$

где $m = 1,2,... -$ порядок минимума.

С другой стороны в отраженном свете:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = 2dn + \frac{\lambda}{2} \qquad (2)$$

где $n -$ показатель преломления жидкости, заполняющей зазор; $i -$ угол падения света (при нормальном падении, т.е. угол падения $i = 0 \Rightarrow \sin 0^0 = 0$); $\frac{\lambda}{2}$ учитывает изменение оптической длины пути световой волны на $\frac{\lambda}{2}$ при отражении ее от среды оптически более плотной.

Из чертежа определим d. Из чертежа следует, что

$$R^2 = (R - d)^2 + r^2 \qquad (3)$$

где $R -$ радиус кривизны линзы, $r -$ радиус кольца.

$$R^2 = R^2 - 2dR + d^2 + r^2$$

$$2dR = d^2 + r^2$$

Т.к. $d -$ мало, то пренебрегая членом d^2, получим:

$$d = \frac{r^2}{2R} \qquad (4)$$

Приравняем (1) и (2) и подставим (4):

$$2dn + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$2n \cdot \frac{r^2}{2R} = m\lambda$$

$$n = \frac{mR\lambda}{r^2} \qquad (5)$$

Проверим размерность формулы (5):

$$[n] = \frac{1 \cdot м \cdot м}{м^2} = \text{безразмерная величина}$$

Произведем вычисления:

$$n = \frac{3 \cdot 0,5 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{\left(0,82 \cdot 10^{-3}\right)^2} = 1,34$$

Ответ: $n = 1,34$.

511. Какое наименьшее число $N_{\min}$ штрихов должна содержать дифракционная решетка, чтобы в спектре второго порядка можно было видеть раздельно две желтые линии натрия с длинами волн $\lambda_1 = 589,0\ нм$ и $\lambda_2 = 589,6\ нм$? Какова длина l такой решетки, если постоянная решетки $d = 5\ мкм$?

Дано:

$m = 2$

$\lambda_1 = 589,0\ нм = 589,0 \cdot 10^{-9}\ м$

$\lambda_2 = 589,6\ нм = 589,6 \cdot 10^{-9}\ м$

$d = 5\ мкм = 5 \cdot 10^{-6}\ м$

Найти: $N_{\min} = ?\ l = ?$

Решение:

Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m \cdot N \qquad (1)$$

или $$R = \frac{\lambda}{\lambda_2 - \lambda_1} = m \cdot N \qquad (2)$$

где $\Delta\lambda -$ минимальная разность длин волн двух, спектральных линий, разрешаемых решеткой; $m -$ порядок спектра; $N -$ общее число щелей решетки.

Из (2):

$$N = \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)m} = \frac{589,0 \cdot 10^{-9}\ м}{\left(589,6 \cdot 10^{-9}\ м - 589,0 \cdot 10^{-9}\ м\right) \cdot 2} = 491\ (штрих)$$

Длина решетки:

$l = Nd = 491 \cdot 5 \cdot 10^{-6}\ м = 2,46 \cdot 10^{-3}\ м$

где $d -$ период решетки.

Ответ: $N = 491\ штрих$; $l = 2,46 \cdot 10^{-3}\ м$.

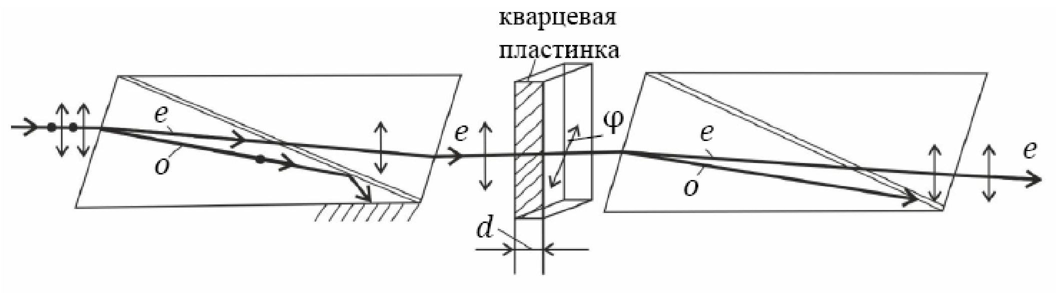
521. Пластинку кварца толщиной $d = 2$ *мм* поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол $\varphi = 53^0$. Какой наименьшей толщины $d_{\min}$ следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

Дано:

$d = 2\ мм = 2 \cdot 10^{-3}\ м$

Найти: $d_{\min} - ?$

Решение:



Кварц является оптически активным веществом, способным вращать плоскость поляризации света. Угол поворота φ плоскости поляризации для оптически активных кристаллов

$$\varphi = \alpha \cdot d$$

где $\alpha -$удельное вращение; $d -$ путь света в кристалле, равный толщине кварцевой пластинки.

Используя данные задачи, вычислим постоянную вращения для кварца:

$$\alpha = \frac{\varphi}{d} = \frac{53^0}{2\ мм} = 26{,}5\ град/мм$$

Для того, чтобы поляризованный свет не проходил через 2-й николь, нужно с помощью пластинки кварца повернуть свет на угол $\varphi_{\min} = 90^0$ (а также на любой $\varphi_1 = (2k+1) \cdot 90^0$, $k = 0; 1; 2; 3...$). Толщина пластинки в этом случае: $d_{\min} = \dfrac{\varphi_{\min}}{\alpha} = \dfrac{90^0}{26{,}5\ град/мм} = 3{,}4\ мм$

Ответ: $d_{\min} = 3{,}4$ *мм.*

551. Красная граница фотоэффекта для цинка $\lambda_0 = 310\ нм$. Определить максимальную кинетическую, энергию $T_{\max}$ фотоэлектронов в электрон-вольтах, если на цинк падает свет с длиной волны $\lambda = 200\ нм$.

Дано:

$\lambda_0 = 310\ нм = 310 \cdot 10^{-9}\ м$

$\lambda = 200\ нм = 200 \cdot 10^{-9}\ м$

Найти: $T_{\max} = ?$

Решение:

Работа выхода электронов – минимальное значение энергии фотона, вызывающего фотоэффект – определяется формулой:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0} \qquad (1)$$

где λ_0 – красная граница фотоэффекта; h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме.

Для решения задачи воспользуемся уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$\varepsilon = A + T_{\max} \qquad (2)$$

где $\varepsilon = \dfrac{hc}{\lambda}$ – энергия падающих фотонов; λ – длина волны падающего света.

или $$\frac{hc}{\lambda} = A + T_{\max} \qquad (3)$$

Выразим из (3) максимальную кинетическую энергию электронов и подставим (1):

$$T_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - A = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right) \qquad (4)$$

Проверим размерность формулы (4):

$$\left[T_{\max}\right] = Дж \cdot с \cdot \frac{м}{с} \cdot \left(\frac{1}{м} - \frac{1}{м}\right) = Дж \cdot м \cdot \frac{1}{м} = Дж$$

Произведем вычисления:

$$T_{\max} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8} \cdot \left(\frac{1}{200 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{310 \cdot 10^{-9}} \right) =$$

$$= 3,53 \cdot 10^{-19}\ \text{\textit{Дж}} = \frac{3,53 \cdot 10^{-19}\ \text{\textit{Дж}}}{1,6 \cdot 10^{-19}\ \frac{\text{\textit{Дж}}}{\text{\textit{эВ}}}} = 2,21\ \text{\textit{эВ}}$$

Ответ: $T_{\max} = 3,53 \cdot 10^{-19}\ \text{\textit{Дж}} = 2,21\ \text{\textit{эВ}}$.

601. Невозбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны $\lambda = 102,6\ нм$. Вычислить, пользуясь теорией Бора, радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

Дано:

$\lambda = 102,6\ нм = 102,6 \cdot 10^{-9}\ м$

Найти: $r = ?$

Решение:

Согласно первому постулату Бора в стационарном состоянии атома электрон, движущийся по круговой орбите, имеет квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию:

$$L_n = m\upsilon r_n = n\hbar \text{ или } L_n = m\upsilon r_n = n \cdot \frac{h}{2\pi} \qquad (1)$$

где $m -$масса электрона; $\upsilon_n -$скорость электрона на n-ой орбите; $\hbar = h/2\pi -$постоянная Планка; $n -$номер орбиты (главное квантовое число).

Согласно теории Бора, электрон вращается вокруг ядра. При этом сила взаимодействия между электрическими зарядами ядра и электрона сообщает электрону центростремительное ускорение $a = \dfrac{\upsilon^2}{r_n}$. На основании второго закона Ньютона можем записать:

$$\frac{e \cdot e}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = m\frac{\upsilon^2}{r_n} \qquad (2)$$

где $e -$заряд электрона; $e -$заряд ядра; $\varepsilon_0 -$диэлектрическая постоянная; $m -$масса электрона; υ – скорость электрона.

Выразим из (1) скорость и подставим в (2):

$$\upsilon = \frac{n \cdot h}{2\pi m r_n} \qquad (3)$$

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{m}{r_n} \cdot \left(\frac{n \cdot h}{2\pi m r_n}\right)^2$$

$$\frac{e^2}{\varepsilon_0}=\frac{n^2\cdot h^2}{\pi r_n m}\ \text{или}\ r_n=\frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi m e^2} \qquad (4)$$

Проверим размерность формулы (4):

$$\left[r_n\right]=\frac{\frac{Ф}{м}\cdot 1\cdot Дж^2\cdot с^2}{1\cdot кг\cdot Кл^2}=\frac{\frac{Кл}{В}\cdot Дж^2\cdot с^2}{м\cdot кг\cdot Кл^2}=$$

$$=\frac{Дж\cdot с\cdot Дж\cdot с}{м\cdot кг\cdot Дж}=\frac{Н\cdot м\cdot с^2}{м\cdot кг}=\frac{кг\cdot\frac{м}{с^2}\cdot с^2}{кг}=м$$

Определим номер орбиты, на которой находится электрон. Частоты линий ν в дискретном линейчатом спектре атома водорода описывается формулой Бальмера – Ридберга:

$$\nu=\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right) \qquad (5)$$

где n_1- квантовое число нижнего уровня (по условию задачи атом водорода невозбужденный, т.е. находится в основном состоянии, следовательно, $n_1=1$); n_2-квантовое число верхнего уровня; $R-$ постоянная Ридберга; $\lambda-$длина волны излучения.

Для $n_1=1$: $\frac{1}{\lambda}=R\cdot\left(1-\frac{1}{n_2^2}\right)$ (6)

Из (6):

$$n_2=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{\lambda R}}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{102,6\cdot 10^{-9}\ м\cdot 1,10\cdot 10^{7}\ м^{-1}}}}=3 \qquad (7)$$

Вычислим радиус:

$$r_3=\frac{8,85\cdot 10^{-12}\cdot 3^2\cdot\left(6,63\cdot 10^{-34}\right)^2}{\pi\cdot 9,1\cdot 10^{-31}\cdot\left(1,6\cdot 10^{-19}\right)^2}=4,78\cdot 10^{-10}\ (м)$$

Ответ: $r_3=4,78\cdot 10^{-10}$ $м$.

641. Найти период полураспада $T_{1/2}$ радиоактивного изотопа, если его активность за время $t=10\ сут$ уменьшилась на 24% по сравнению с первоначальной.

Дано:

$A=(1-0,24)A_0=0,76A_0$

$t=10\ сут$

Найти: $T_{1/2}=?$

Решение:

Закон радиоактивного распада:

$$N=N_0e^{-\lambda t} \qquad (1)$$

где N_0- начальное количество ядер $(t=0)$; $N-$число оставшихся ядер в момент времени t.

Постоянная радиоактивного распада: $\lambda=\dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$ (2)

где $T_{1/2}-$ период полураспада.

Начальная активность изотопа: $A_0=\lambda\cdot N_0$ (3)

Активность изотопа в момент времени t: $A=\lambda\cdot N$ (4)

Из (3) находим: $N_0=\dfrac{A_0}{\lambda}$ (5)

Из (4) находим: $N=\dfrac{A}{\lambda}$ (6)

Подставим (5) и (6) в (1):

$$\frac{A}{\lambda}=\frac{A_0}{\lambda}e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad A=A_0e^{-\lambda t}=A_0e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t} \qquad (7)$$

Из (7) период полураспада изотопа:

$$T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\ln\left(\dfrac{A_0}{A}\right)}\cdot t=\frac{\ln 2}{\ln\left(\dfrac{A_0}{0,76A_0}\right)}\cdot 10\ сут=25,3\,сут$$

Ответ: $T_{1/2}=25,3\,сут.$