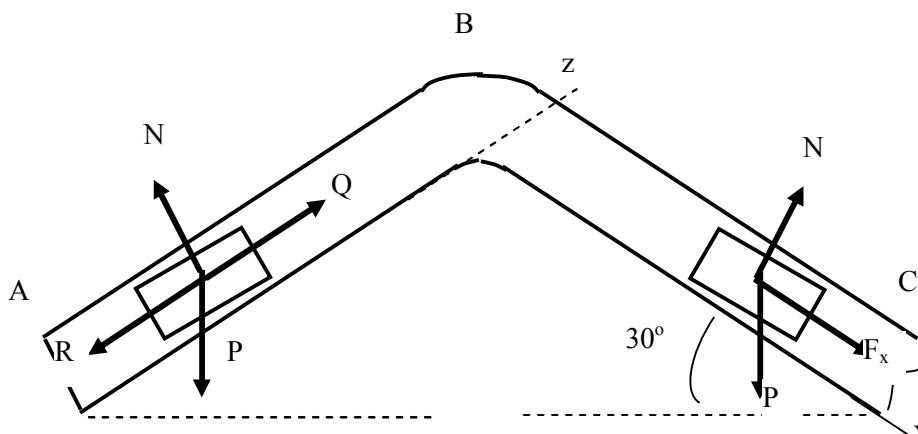


ЗАДАНИЕ 3

Дано: $m=2$ кг, $v_0=20$ м/с, $Q=6$ Н, $R=0,4v$ Н, $t_1=2,5$ с, $F_x=-5\cos(4t)$ Н.

Найти: $x=f(t)$ - закон движения груза на участке ВС

РЕШЕНИЕ:



1) Рассмотрим движение груза на участке АВ, считая груз материальной точкой. На груз действуют сила тяжести $\vec{P}=m\vec{g}$, реакция стенки \vec{N} постоянная сила \vec{Q} и сила сопротивления $\vec{R}=0,4v$. Проведем ось Oz вдоль АВ и составим дифференциальное уравнение движение в проекции на эту ось:

$$m \frac{dv_z}{dt} = \sum F_{iz} \text{ или } m \cdot \frac{dv_z}{dt} = Q - R - P \cdot \sin 30^\circ.$$

Перепишем это уравнение с учетом, что $v_z = v$:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{0,4}{m} \left(\frac{mg \cdot \sin 30^\circ - Q}{0,4} + v \right).$$

Обозначим $a = \frac{0,4}{m} = \frac{0,4}{2} = 0,2 (\text{м}^{-1})$ и

$$q = \frac{mg \cdot \sin 30^\circ - Q}{0,4} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 0,5 - 6}{0,4} = 10 (\text{м}^2/\text{с}^2).$$

Тогда $\frac{dv}{dt} = -a \cdot (q + v)$, разделяя переменные $\frac{dv}{v+q} = -adt$ интегрируем:

$$\ln(v+q) = -a \cdot t + C_1.$$

Постоянную C_1 находим по начальным условиям: при $t = 0$ $v = v_0$, что дает $C_1 = \ln(v_0 + q)$. Следовательно $\ln(v+q) = -a \cdot t + \ln(v_0 + q)$ или $\ln \frac{v+q}{v_0+q} = -a \cdot t$. Отсюда получаем

$$v = -q + (v_0 + q) \cdot e^{-at}.$$

При перемещении груза в точку В $t = t_1 = 2,5$ с и $v = v_B$.

Тогда

$$v_B = -10 + \frac{20+10}{e^{0,2 \cdot 2,5}} = 8,19 \text{ м/с}.$$

2). При рассмотрении движения груза на участке ВС найденная скорость будет для движения на этом участке начальной скоростью.

Составим дифференциальные уравнения движения груза в проекции на оси Ox и Oy .

$$m \frac{dv_x}{dt} = F_x + P \cdot \sin 30^\circ \text{ или } \frac{dv_x}{dt} = -\frac{5}{m} \cdot \cos 4t + g \cdot \sin 30^\circ.$$

Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$v_x = -\frac{5}{4 \cdot m} \cdot \sin 4t + g \cdot \sin 30^\circ \cdot t + C_2$$

При начальных условиях при $t = 0$ $v_0 = v_B$ и $C_2 = v_B = 8,19$. То есть

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -1,25 \cdot \sin 4t + 5 \cdot t + 8,19.$$

После интегрирования:

$$x = 0,31 \cdot \cos 4t + 2,5 \cdot t^2 + 8,19 \cdot t + C_3.$$

Т.к. при $t = 0$ $x = 0$, то $C_3 = -0,31$ и окончательно искомым закон движения груза на участке ВС будет:

$$x = 0,31 \cos 4t + 2,5t^2 + 8,19t - 0,31)$$