**1.** Из букв составлено слово «словари». Это слово рассыпали и выбрали наугад 2 буквы. Какова вероятность того, что получится «ар»?

**Решение**

Обозначим событие *А* – получилось слово «ар».

По **классическому определению** вероятности:

,

где – число элементарных исходов испытания, благоприятствующих появлению события *А*; – общее число возможных элементарных исходов испытания.

Общее число исходов, т.к. порядок букв важен – число размещений (без повторений) из 7 разных букв по 2:



Число исходов, благоприятствующих  – единственная верная комбинация: .

Искомая вероятность:



**Ответ:**.

**2.** В урне имеется сотня шаров, пронумерованных от 1 до 100. Какова вероятность того, что первый же извлеченный шар имеет номер четный или делящийся на 3?

**Решение**

Событие *С* – первый извлеченный шар имеет номер четный или делящийся на 3 – сумма совместных событий:

– первый шар имеет четный номер,

– первый шар имеет номер, делящийся на 3.

По теореме **сложения вероятностей совместных событий**:

,

где  – вероятность совместного появления событийи .

Всего шаров {1,2,…,99,100}=100.

Четных шаров {2,4,…,100} 50. 

Шаров, номера которых делятся на 3: {3, 6, 9, …, 99}= .

Четных шаров, номера которых делятся на 3: {6;12;18,…,96}=. 

Искомая вероятность:



**Ответ:** 0,67.

**3.** Из урны, содержащей 8 белых и 2 черных шаров, последовательно, без возвращения в урну, извлекают два шара. Какова вероятность того, что первый вытащенный шар будет белый, а второй черный?

**Решение**

Обозначим событие  – первый шар белый,  – второй шар черный.

Запишем событие  – первый шар белый, а второй черный:



Искомая вероятность, по **теореме умножения вероятностей**:



где  – вероятность события  при условии, что событие *А* уже произошло.



**Ответ:** .

**4.** Мимо бензоколонки в среднем за день проезжает 60% грузовых автомобилей и 40% легковых. Вероятность того, что грузовая машина остановится на заправку, равна 0,2, а для легковой машины эта вероятность равна 0,1. Найти вероятность того, что на заправку остановится машина.

**Решение**

Событие  – машина остановилась на заправку.

Рассмотрим гипотезы:

– машина грузовая;

– машина легковая.

Их вероятности по условию задачи:



Гипотезы образуют полную группу несовместных событий.



Условные вероятности события , по условию задачи:



Вероятность события по **формуле полной вероятности**:





**Ответ:** 0,16.

**5.** Мимо бензоколонки в среднем за день проезжает 60% грузовых автомобилей и 40% легковых. Вероятность того, что грузовая машина остановится на заправку, равна 0,2, а для легковой машины эта вероятность равна 0,1. На заправку остановилась машина. Найти вероятность того, что она легковая.

**Решение**

Найдем вероятность второй гипотезы в условиях задачи 4.

Для вычисления апостериорной вероятности 2ой гипотезы (машина легковая) воспользуемся **формулой Байеса**:





**Ответ:** 0,25.

**1.** В среднем 30% пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 8 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене будет продано ровно 3 пакета.

**Решение**

Вероятность того, что в  опытах событие  появится ровно  раз, определяется **формулой Бернулли**

 где  .

Таким образом, вероятностьтого, что из 8 пакетов акций по первоначально заявленной цене будет продано ровно 3 пакета:

 



**Ответ:** 0,254.

**2.** По результатам проверок налоговыми инспекциями установлено, что в среднем каждое второе малое предприятие региона имеет нарушение финансовой дисциплины. Найти вероятность того, что из 1000 зарегистрированных предприятий имеют нарушения: а) 480 предприятий; б) не менее 480 предприятий.

**Решение**

По условию .

Так как число испытаний  велико, а вероятность , то для вычисления вероятностей будем использовать теоремы Лапласа.



**1)** ровно 480 предприятий имеют нарушения

**Локальная теорема Лапласа:**



– локальная функция Лапласа (значения можно найти в таблицах).

Найдем:

; 



**2)** не менее 480 предприятий имеют нарушения

**Интегральная теорема Лапласа:**



 – интегральная функция Лапласа.



**Ответ:** 1) 0,0114; 2) 0,8962.

**3.** Завод отправил в торговую сеть 500 изделий. Вероятность повреждения в пути равна 0,002. найти вероятность того, что при транспортировке будет повреждено ровно три изделия.

**Решение**

По условию .

Т.к. число испытаний велико, а вероятность  близка к 0, применим формулу Пуассона:



Искомая вероятность:



**Ответ:** .

**Случайные величины**

**1.** Найти , математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины *Х.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
|  | 0,2 |  |

**Решение**

Неизвестную вероятность найдем из **условия нормировки** дискретной случайной величины:





|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
|  | 0,2 | 0,8 |

**Математическое ожидание** дискретной случайной величины:





**Дисперсия** дискретной случайной величины:





**Ответ:** .

**2.** Из пяти гвоздик две белые. Составить закон распределения случайной величины, выражающей число белых гвоздик среди двух одновременно взятых. Определить закон распределения. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Построить график распределения случайной величины.

**Решение**

Найдем закон распределения СВ *Х* – число белых гвоздик среди двух одновременно взятых.

СВ *Х* может принимать значения 0,1,2.

Вероятности определим по классическому определению вероятности: .

Т.к. гвоздики выбираются без возвращения и порядок выбора не важен, число равновозможных исходов опыта – число сочетаний из 5 по 2 (число способов выбрать 2 гвоздики из 5):



Для . Число благоприятствующих исходов – число способов выбрать 0 гвоздик из 2х белых и 2 из 3х другого цвета, по правилу умножения:



Для . Число благоприятствующих исходов – число способов выбрать 1 гвоздику из 2х белых и 1 из 3х другого цвета:



Для . Число благоприятствующих исходов – число способов выбрать 2 гвоздики из 2х белых и 0 из 3х другого цвета:



**Закон распределения** дискретной СВ *Х* в виде ряда распределения:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
|  | 0,3 | 0,6 | 0,1 |

Проверим выполнение **условия нормировки**: .

**Математическое ожидание** дискретной случайной величины:





**Дисперсия** дискретной случайной величины:



Построим график распределения случайной величины.

**Многоугольник распределения** – ломанная соединяющая точки плоскости с координатами .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
|  | 0,3 | 0,6 | 0,1 |

**Ответ:** 

**3.** График плотности распределения вероятности непрерывной случайной величины *X*, распределенной равномерно в интервале (-3,1) имеет вид:

-3

0

1







Найти значение .

**Решение**

Случайная величина *X*, принимает постоянное значение  на отрезке :



Тогда  можно найти из свойства нормировки непрерывной случайной величины:





**Ответ:** .

**4.** Непрерывная случайная величина *Х* задана плотностью распределения . Определить закон распределения. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

**Решение**



Случайная величина распределена по нормальному закону:



где параметр  – [математическое ожидание](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D0%BE%D0%B6%D0%B8%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5), [медиана](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%B0%D0%BD%D0%B0_%28%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0%29) и мода распределения, а параметр  – [стандартное отклонение](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BE%D1%82%D0%BA%D0%BB%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) (– [дисперсия](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%81%D0%BF%D0%B5%D1%80%D1%81%D0%B8%D1%8F_%D1%81%D0%BB%D1%83%D1%87%D0%B0%D0%B9%D0%BD%D0%BE%D0%B9_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D1%8B)) распределения.

Таким образом, для заданной случайной величины:





**Ответ:** нормальное распределение, .