**Задача №1**

Стальной ступенчатый стержень находится под действием осевых сил. Построить эпюры продольных сил.

Дано:

F1 = 40 кН; F2 = 20 кН ; F3 = 10 кН; g = 30 кН/м

 а1 = 0,5 м; а2 = 1,4 м = 2а3 ; а3 = 0,7 м

l1 = 0,8 м; l2 = 1,5 м; l3 = 1,3 м

Решение:

Положение всех сечений стержня будем определять координатой z, отсчитываемой от левого свободного конца стержня. Положительное направление оси Z выберем по направлению от заделки.

Рассмотрим участок а1 и проведем сечение на расстоянии z1 от левого края стержня.

Первый участок: 0 ≤ z1 ≤ 0,5 м.

Запишем уравнение продольной силы N1, согласно формуле $\sum\_{}^{}F\_{z}=0$:

 N1 = 2g · z1

 N1 = $2∙30∙0,5=30 кН$ (растяжение)

В том же порядке выполним расчет на последующих участках.

Второй участок: 0 ≤ z2 ≤ 0,8 м

N2 = 2g · a1 + 2g · (l1 - a1)– F1

$ при z\_{2 }=0 N\_{2}=-10$ кН

$ при z\_{2 }=0,8 N\_{2}=2∙30∙0,8-40=8 $кН

Третий участок: 0 ≤ z3 ≤ а1 +а2 = 1,9 м

N3 = 2g · l1 – F1

$$ N\_{3}=2∙30∙0,8-40=8 $$

Четвертый участок: 0 ≤ z4 ≤ l1 +l2 = 2,3 м

N4 = 2g · l1 – F1 – F2

$$ N\_{4}=2∙30∙0,8-40-20=-12 кН (сжатие) $$

Пятый участок: 0 ≤ z5 ≤ а1 + а2 + а3 = 2,6 м

N5 = 2g · l1 – F1 – F2

$$ N\_{5}=2∙30∙0,8-40-20=-12 кН (сжатие) $$

Шестой участок: 0 ≤ z6 ≤ l1 +l2 + l3 = 2,3 м

N6 = 2g · l1 – F1 – F2 + F3

$$ N\_{6}=2∙30∙0,8-40-20+10=-2 кН (сжатие) $$

По результатам расчетов построим эпюру распределения продольной си­лы вдоль стержня.



**Задача №2.**

К валу приложены четыре крутящих момента: M1, М2, М3, М0 и распределенный момент m. Определить крутящий момент М0, построить эпюру.

Дано: а1 = 0,5м, а2 = 0,3м, а3 = 0,2м

М1 = 2,8 кНм; М2 = 3 кНм; М3 = 1,6 кНм;

m = 7,0 кНм/м.

**Решение:** Построим эпюру крутящего момента.

Определим крутящий момент по участкам вала:

Принимаем момент М3 и распределенный момент m положительными, следовательно моменты М2, М1 отрицательны, так как направлены в противоположную сторону.

Крутящий момент в произвольном поперечном сечении вала численно равен сумме внешних моментов, приложенных к валу справа от этого сечения. В соответствии с этим крутящие моменты на отдельных участках вала равны:











Знаки крутящих моментов приняты в соответствии с правилом: крутящий момент считается положительным, если при взгляде в торец отсеченной части бруса этот момент представляется направленным по ходу часовой стрелки.

По полученным значениям строим эпюру крутящих моментов.

**Задача №3**

 Для заданной схемы балки построить эпюры перерезывающих сил Q и изгибающих моментов.

Дано: : а1 = 1,5м, а2 = 2,0 м, а3 = 0,6м, а4 = 2,0м

F = 45кН, q = 15 кН/м, М = 30 кНм

Решение:

В консольных балках эпюры Qy и Мz целесообразно строить со стороны незакрепленного конца балки, не определяя при этом опорных реакций. Балка разбивается на два участка. В пределах каждого участка проводим в произвольном месте по одному сечению (сечения х1 и х2).

 Участок 1 0  z1  a4 = 2,0 м

Qz = 0

Mz= 0

 Участок 2 0  z2  a3 = 0,6 м

Qz = 0

Mz= М = 50 кНм– прямая;

Участок 3 0 z3a2 = 2,0 м

Qz = - F + 2qz3

Qz=0 = - F = - 45кН ;

Qz=2 = - 45 +2 · 15 · 2 = 15кН

Mz= M + F · z3 - 2qz3  · z3/2 – парабола

Mz(z3 = 0) = М = 50 кНм

Mz(z3 = 2) = 50 + 45 · 2 - 215 · 2 ·2/2 = 80 кНм.

На третьем участке эпюра Q пересекает «0», следовательно, эпюра момента терпит экстремум. Вычислим его.

- F + 2qz\* = 0

z\* = F/ 2q = 1,5 м

Mz\*= M + F · z\* - 2q z\* · z\*/2 – парабола

Mz(z\* = 1,5) = 50 + 45 · 1,5 - 215 · 1,5 ·1,5/2 = 83,75 кНм.

Участок 4 0 z4a1 = 1,5 м

Qz = - F + 2qa2

Qz=0 = Qz=2 = - 45 +2 · 15 · 2 = 15кН

Mz= M + F · (a2 + z4) - 2qa2 · ( z4  + a2/2)

Mz(z3 = 0) = 50 + 45 · 2 – 30 · 2 = 80 кНм

Mz(z3 = 1,5) = 50 + 45 · 3,5 - 215 · 2 ·2,5 = 57,5 кНм.

По полученным данным строим эпюры Qz и Мz.

 **Задача №4**

Для заданной схемы балки построить эпюры перерезывающих сил Q и изгибающих моментов.

Дано: : а1 = 1,5м, а2 = 2,0 м, а3 = 0,6м, а4 = 2,0м

F = 45кН, q = 15 кН/м, М = 30 кНм

Решение: 1) Определяем опорные реакции:

$$\sum\_{}^{}M\_{A}=0; $$

$$-М-g∙a\_{3}∙\frac{a\_{3}}{2}-R\_{B}∙\left(а\_{2}+a\_{3}\right)+2qa\_{2}∙\left(\frac{a\_{2}}{2}+a\_{3}\right)+F(а\_{1}+а\_{2}+a\_{3})=0 $$

откуда

$$R\_{B}=\frac{-М-g∙a\_{3}∙\frac{a\_{3}}{2}+2qa\_{2}∙\left(\frac{a\_{2}}{2}+a\_{3}\right)+F(а\_{1}+а\_{2}+a\_{3})}{а\_{2}+a\_{3}}=\frac{-50-15∙0,6∙\frac{0,6}{2}+2∙15∙2∙\left(\frac{2}{2}+0,6\right)+45(1,5+2+0,6)}{2+0,6}=87,62 кН$$

$$\sum\_{}^{}M\_{B}=0; $$

$$-М+g∙a\_{3}∙\left(\frac{a\_{3}}{2}+а\_{2}\right)+R\_{А}∙\left(а\_{2}+a\_{3}\right)-2qa\_{2}∙\frac{a\_{2}}{2}+Fа\_{1}=0$$

откуда

$$R\_{Аy}=\frac{М-g∙a\_{3}∙\left(\frac{a\_{3}}{2}+а\_{2}\right)+2qa\_{2}∙\frac{a\_{2}}{2}-Fа\_{1}}{а\_{2}+a\_{3}}=\frac{50-15∙0,6∙\left(\frac{0,6}{2}+2\right)+2∙30∙\frac{2}{2}-45∙1,5}{0,6+2}=8,38 кН$$

 Проверка:$ \sum\_{}^{}Fy=0;$

$R\_{Ay}+R\_{By}+g∙a\_{3}-F-2qa\_{2}=-45+87,62+8,38+9-60=0,$ следовательно, реакции определены, верно.$ $

 2) Строим эпюры Qz и Mz по участкам.

Участок 1 0 z1  а3 = 0,6 м

Qz = - RAу – qz1

Qz=0 = - RAу = -8,38 кН

Qz= 0,6 = - 8,38 – 15 · 0,6 = - 17,38 кН

Mz = RАу · z1 – g · z1 · z1 /2

Mz(z1=0,6) = 8,38 · 0,6– 15 · 0,6 · 0,6/2 = 7,73 кНм

Mz(x1 = 0) = 0

Участок 2 0 z2  a2 = 2 м

Qz = – RAу - qа3 +2qz3 = – 71,18 + 14·6+17 = 29,82 кН

Qz=0 = – RAу - qа3 = - 8,38 – 15 · 0,6 = - 17,38 кН

Qz(z2 =2) = - 8,38 – 15 · 0,6 + 60 = 42,62 кН

Mz = RАу · (а3 + z2)+ g · а3 ·( z2 + а3/2) – 2q z2 · z2 /2

Mz(z2=2) = 8,38 · 2,6+ 15 · 0,6 · 2,3 - 60 = -17,5 кНм

Mz(z2 = 0) = 8,38 · 0,6+ 15 · 0,6 · 0,6/2 = 7,73 кНм

Участок 3 0 z3  а1 = 1,5 м

Qz = - F = - 45 кН

Mz = - F · z3

Mz(х1=1,5) = – 45 · 1,5 = - 67,5 кНм

Mz(x1 = 0) = 0

На основании вычисленных данных строим эпюры.

