**Задача №1**

Стальной ступенчатый стержень находится под действием осевых сил. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений. Определить перемещение сечения I – I. Стержень изготовлен из стали.

Дано:

F1 = 40 кН; F2 = 20 кН ; F3 = 10 кН; g = 30 кН/м

 а1 = 0,5 м; а2 = 1,4 м = 2а3 ; а3 = 0,7 м

l1 = 0,8 м; l2 = 1,5 м; l3 = 1,3 м

Решение:

Положение всех сечений стержня будем определять координатой z, отсчитываемой от левого свободного конца стержня. Положительное направление оси Z выберем по направлению от заделки.

Рассмотрим участок а1 и проведем сечение на расстоянии z1 от левого края стержня.

Первый участок: 0 ≤ z1 ≤ 0,5 м.

Запишем уравнение продольной силы N1, согласно формуле $\sum\_{}^{}F\_{z}=0$:

 N1 = 2g · z1

 N1 = $2∙30∙0,5=30 кН$ (растяжение)

В том же порядке выполним расчет на последующих участках.

Второй участок: 0 ≤ z2 ≤ 0,8 м

N2 = 2g · a1 + 2g · (l1 - a1)– F1

$ при z\_{2 }=0 N\_{2}=-10$ кН

$ при z\_{2 }=0,8 N\_{2}=2∙30∙0,8-40=8 $кН

Третий участок: 0 ≤ z3 ≤ а1 +а2 = 1,9 м

N3 = 2g · l1 – F1

$$ N\_{3}=2∙30∙0,8-40=8 $$

Четвертый участок: 0 ≤ z4 ≤ l1 +l2 = 2,3 м

N4 = 2g · l1 – F1 – F2

$$ N\_{4}=2∙30∙0,8-40-20=-12 кН (сжатие) $$

Пятый участок: 0 ≤ z5 ≤ а1 + а2 + а3 = 2,6 м

N5 = 2g · l1 – F1 – F2

$$ N\_{5}=2∙30∙0,8-40-20=-12 кН (сжатие) $$

Шестой участок: 0 ≤ z6 ≤ l1 +l2 + l3 = 2,3 м

N6 = 2g · l1 – F1 – F2 + F3

$$ N\_{6}=2∙30∙0,8-40-20+10=-2 кН (сжатие) $$

По результатам расчетов построим эпюру распределения продольной си­лы вдоль стержня.



**Задача №2.**

К валу приложены четыре крутящих момента: M1, М2, М3, М0 и распределенный момент m. Определить крутящий момент М0, построить эпюру.

Дано: а1 = 0,5м, а2 = 0,3м, а3 = 0,2м

М1 = 2,8 кНм; М2 = 3 кНм; М3 = 1,6 кНм;

m = 7,0 кНм/м.

**Решение:**

Построим эпюру крутящего момента.

Определим крутящий момент по участкам вала:

Принимаем момент М3 и распределенный момент m положительными, следовательно моменты М2, М1 отрицательны, так как направлены в противоположную сторону.

Крутящий момент в произвольном поперечном сечении вала численно равен сумме внешних моментов, приложенных к валу справа от этого сечения. В соответствии с этим крутящие моменты на отдельных участках вала равны:











Знаки крутящих моментов приняты в соответствии с правилом: крутящий момент считается положительным, если при взгляде в торец отсеченной части бруса этот момент представляется направленным по ходу часовой стрелки.

По полученным значениям строим эпюру крутящих моментов.



**Задача №3**

Для заданной схемы балки построить эпюры перерезывающих сил Q и изгибающих моментов.

Дано: : а1 = 1,5м, а2 = 2,0 м, а3 = 0,6м, а4 = 2,0м

F = 45кН, q = 15 кН/м, М = 30 кНм

Решение:

В консольных балках эпюры Qy и Мz целесообразно строить со стороны незакрепленного конца балки, не определяя при этом опорных реакций. Балка разбивается на два участка. В пределах каждого участка проводим в произвольном месте по одному сечению (сечения х1 и х2).

 Участок 1 0  z1  a4 = 2,0 м

Qz = 0

Mz= 0

 Участок 2 0  z2  a3 = 0,6 м

Qz = 0

Mz= М = 50 кНм– прямая;

Участок 3 0 z3a2 = 2,0 м

Qz = - F + 2qz3

Qz=0 = - F = - 45кН ;

Qz=2 = - 45 +2 · 15 · 2 = 15кН

Mz= M + F · z3 - 2qz3  · z3/2 – парабола

Mz(z3 = 0) = М = 50 кНм

Mz(z3 = 2) = 50 + 45 · 2 - 215 · 2 ·2/2 = 80 кНм.

На третьем участке эпюра Q пересекает «0», следовательно, эпюра момента терпит экстремум. Вычислим его.

- F + 2qz\* = 0

z\* = F/ 2q = 1,5 м

Mz\*= M + F · z\* - 2q z\* · z\*/2 – парабола

Mz(z\* = 1,5) = 50 + 45 · 1,5 - 215 · 1,5 ·1,5/2 = 83,75 кНм.

Участок 4 0 z4a1 = 1,5 м

Qz = - F + 2qa2

Qz=0 = Qz=2 = - 45 +2 · 15 · 2 = 15кН

Mz= M + F · (a2 + z4) - 2qa2 · ( z4  + a2/2)

Mz(z3 = 0) = 50 + 45 · 2 – 30 · 2 = 80 кНм

Mz(z3 = 1,5) = 50 + 45 · 3,5 - 215 · 2 ·2,5 = 57,5 кНм.

По полученным данным строим эпюры Qz и Мz.

 **Задача №4**

Для заданной схемы балки построить эпюры перерезывающих сил Q и изгибающих моментов.

Дано: : а1 = 1,5м, а2 = 2,0 м, а3 = 0,6м, а4 = 2,0м

F = 45кН, q = 15 кН/м, М = 30 кНм

Решение: 1) Определяем опорные реакции:

$$\sum\_{}^{}M\_{A}=0; $$

$$-М-g∙a\_{3}∙\frac{a\_{3}}{2}-R\_{B}∙\left(а\_{2}+a\_{3}\right)+2qa\_{2}∙\left(\frac{a\_{2}}{2}+a\_{3}\right)+F(а\_{1}+а\_{2}+a\_{3})=0 $$

откуда

$$R\_{B}=\frac{-М-g∙a\_{3}∙\frac{a\_{3}}{2}+2qa\_{2}∙\left(\frac{a\_{2}}{2}+a\_{3}\right)+F(а\_{1}+а\_{2}+a\_{3})}{а\_{2}+a\_{3}}=\frac{-50-15∙0,6∙\frac{0,6}{2}+2∙15∙2∙\left(\frac{2}{2}+0,6\right)+45(1,5+2+0,6)}{2+0,6}=87,62 кН$$

$$\sum\_{}^{}M\_{B}=0; $$

$$-М+g∙a\_{3}∙\left(\frac{a\_{3}}{2}+а\_{2}\right)+R\_{А}∙\left(а\_{2}+a\_{3}\right)-2qa\_{2}∙\frac{a\_{2}}{2}+Fа\_{1}=0$$

откуда

$$R\_{Аy}=\frac{М-g∙a\_{3}∙\left(\frac{a\_{3}}{2}+а\_{2}\right)+2qa\_{2}∙\frac{a\_{2}}{2}-Fа\_{1}}{а\_{2}+a\_{3}}=\frac{50-15∙0,6∙\left(\frac{0,6}{2}+2\right)+2∙30∙\frac{2}{2}-45∙1,5}{0,6+2}=8,38 кН$$

 Проверка:$ \sum\_{}^{}Fy=0;$

$R\_{Ay}+R\_{By}+g∙a\_{3}-F-2qa\_{2}=-45+87,62+8,38+9-60=0,$ следовательно, реакции определены, верно.$ $

 2) Строим эпюры Qz и Mz по участкам.

Участок 1 0 z1  а3 = 0,6 м

Qz = - RAу – qz1

Qz=0 = - RAу = -8,38 кН

Qz= 0,6 = - 8,38 – 15 · 0,6 = - 17,38 кН

Mz = RАу · z1 – g · z1 · z1 /2

Mz(z1=0,6) = 8,38 · 0,6– 15 · 0,6 · 0,6/2 = 7,73 кНм

Mz(x1 = 0) = 0

Участок 2 0 z2  a2 = 2 м

Qz = – RAу - qа3 +2qz3 = – 71,18 + 14·6+17 = 29,82 кН

Qz=0 = – RAу - qа3 = - 8,38 – 15 · 0,6 = - 17,38 кН

Qz(z2 =2) = - 8,38 – 15 · 0,6 + 60 = 42,62 кН

Mz = RАу · (а3 + z2)+ g · а3 ·( z2 + а3/2) – 2q z2 · z2 /2

Mz(z2=2) = 8,38 · 2,6+ 15 · 0,6 · 2,3 - 60 = -17,5 кНм

Mz(z2 = 0) = 8,38 · 0,6+ 15 · 0,6 · 0,6/2 = 7,73 кНм

Участок 3 0 z3  а1 = 1,5 м

Qz = - F = - 45 кН

Mz = - F · z3

Mz(х1=1,5) = – 45 · 1,5 = - 67,5 кНм

Mz(x1 = 0) = 0

На основании вычисленных данных строим эпюры.

**Задача №5**

Из условия прочности по допускаемым напряжениям произвести расчет опасного сечения записать для него условие прочности и определить площадь поперечного сечения А.

 Решение:

Запишем условие прочности по допускаемым напряжениям6

$$σ=\frac{N}{А}$$

$$σ\_{1}=\frac{\left|N\_{мах}\right|}{А\_{1}}=\frac{30∙3}{А}=\frac{90}{А}$$

$$σ\_{2}=\frac{\left|N\_{мах}\right|}{А\_{2}}=\frac{12}{А}$$

$$σ\_{3}=\frac{\left|N\_{мах}\right|}{А\_{3}}=\frac{12∙2}{А}=\frac{24}{А}$$

$$σ\_{max}=\frac{\left|N\_{max}\right|}{A}\leq \left[σ\right]$$

$$A\geq \frac{N\_{max}}{\left[σ\right]}$$

$$\frac{90}{A}\leq \left[σ\right]=\frac{340}{1,4}=243 Мпа$$

$$A\geq \frac{90∙10^{3}}{243}=370,37 мм^{2}$$

2) Определим сечение для каждой ступени вала

$$А\_{1}=А=370,37мм^{2}$$

$$А\_{2}=\frac{А}{2}=\frac{370,37}{2}=185,19мм^{2}$$

$$А\_{3}=\frac{А}{3}=\frac{370,37}{3}=123,46мм^{2}$$

**Задача № 6**

Для заданного поперечного сечения требуется:

 1) Определить положение центра тяжести;

 2) Определить положение главных центральных осей;

 3) Найти значения моментов инерции относительно главных центральных осей;

 4) Вычертить сечение в масштабе и указать на нем все размеры в числах и оси.

Решение: 1) Разбиваем сечение на несколько простых фигур и находим их площади.

$$A\_{1}=A\_{2}=A\_{3}=k∙2∙k\_{3}∙a=4a∙7,2a=28,8a^{2}$$

$$A\_{4}=2,8∙a∙20∙a=56a^{2}$$

Определим осевые моменты отдельных частей сечения:

$$I\_{x}=\frac{b∙h^{3}}{12}$$

$$I\_{y}=\frac{h∙b^{3}}{12}$$

$$I\_{x1}=I\_{x2}=I\_{x3}=\frac{b∙h^{3}}{12}=\frac{k∙\left(2k\_{3}a\right)^{3}}{12}=\frac{4a∙\left(7,2a\right)^{3}}{12}=124,42a^{4}$$

$$I\_{y1}=I\_{y2}=I\_{y3}=\frac{h∙b^{3}}{12}=\frac{7,2a∙\left(4a\right)^{3}}{12}=38,4a^{4}$$

$$I\_{x4}=\frac{b∙h^{3}}{12}=\frac{20a∙\left(2,8a\right)^{3}}{12}=36,59a^{4}$$

$$I\_{y4}=\frac{h∙b^{3}}{12}=\frac{2,8a∙\left(20a\right)^{3}}{12}=1866,67a^{4}$$

 2) Определяем положение центра тяжести. За расчетные оси берем у2 и х2. Находим абсциссу хс и ординату ус центра тяжести по формулам:

$$x\_{c}=\frac{A\_{1}∙x\_{1}+A\_{2}∙x\_{2}+A\_{3}∙x\_{3}+A\_{4}∙x\_{4}}{A\_{1}+A\_{2}+A\_{3}+A\_{4}}=\frac{28,8a^{2}∙\left(-8a\right)+28,8a^{2}∙(8a)}{28,8a^{2}∙3+56a^{2}}=0$$

$$y\_{c}=\frac{A\_{1}∙y\_{1}+A\_{2}∙y\_{2}+A\_{3}∙y\_{3}+A\_{4}∙y\_{4}}{A\_{1}+A\_{2}+A\_{3}+A\_{4}}=\frac{56a^{2}∙5}{28,8a^{2}∙3+56a^{2}}=1,97a$$

где х1 (от ур до у1) = 2k= - 8а, у1 (от хр до х1) = 0;

 х2 (от ур до у2) = 0, у2 (от хр до х2) = 0;

 х3 (от ур до у3) = 8а, у3 (от хр до х3) = 0;

 х4 (от ур до у4) = 0 , у4 (от хр до х4) = k3a + 1,4a = 3,6a+1,4a =5a;

Таким образом, центр тяжести точка С имеет координаты (0; 1,97a).

2) Определим осевые моменты инерции сечения относительно центральных осей. Теперь за расчетные принимаем Хс и Yс.

$$I\_{Xc}=I\_{X1}+a\_{1}^{2}F\_{1}+I\_{X2}+a\_{2}^{2}F\_{2}+I\_{X3}+a\_{3}^{2}F\_{3}+I\_{X4}+a\_{4}^{2}F\_{4}=124,42∙3+36,59+\left(-1,97\right)^{2}∙28,8∙3+3,03^{2}∙56=1259,29a^{4}$$

$$I\_{Yc}=I\_{Y1}+b\_{1}^{2}F\_{1}+I\_{Y2}+b\_{2}^{2}F\_{2}+I\_{Y3}+b\_{3}^{2}F\_{3}+I\_{Y4}+b\_{4}^{2}F\_{4}=38,4∙3+\left(-8\right)^{2}∙28,8∙2+1866,67=5668,27a^{4}$$

$$I\_{XcYc}=I\_{X1Y1}+a\_{1}b\_{1}F\_{1}+I\_{X2Y2}+a\_{2}b\_{2}F\_{2}+I\_{X3Y3}+a\_{3}b\_{3}F\_{3}+I\_{X4Y4}+a\_{4}b\_{4}F\_{4}=\left(-1,97\right)∙\left(-8\right)∙28,8+\left(-1,97\right)∙8∙28,8=0$$

где а1 (от хс до х1) = - 1,97а, b1 (от ус до у1) = 2ka = - 8a;

 а2 (от хс до х2) = - 1,97а, b2 (от ус до у2) = 0;

 а3 (от хс до х3) = - 1,97а, b3 (от ус до у3) = 8a;

 а4 (от хс до х4) = 1,4а+3,6а-1,97а = 3,03а, b4 (от ус до у4) = 0.

