**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1 РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**Цель**: Изучение численных методов решения нелинейных уравнений.

**Задачи:** Освоить метод половинного деления, метод касательных и модифицированный метод Ньютона для решения нелинейного уравнения, научиться численно определять действительный корень нелинейного уравнения, составить алгоритм и соответствующую программу, развить практические навыки решения задач на ЭВМ.

Содержание отчета

1. Постановка задачи, исходные данные.

3. Определить с точностью $ε$ относительную толщину $γ$ динамического ламинарного пограничного слоя при обтекании пластины газом, используя выражения

а) $v$ = $v\_{\infty }$ [3/2$γ$ – 1/2$γ^{3}$] б) $v$ = $v\_{\infty }$ [2$γ$ – 2$γ^{3}$ + $γ^{4}$],

где $v$ – скорость газа в поперечном сечении пограничного слоя, м/с;

$v\_{\infty }$ – скорость невозмущенного потока газа, м/с.

Сравнить полученное значение с точным.

Исходные данные: $v\_{\infty }$=2, $v$=0,52, $ε$=10-4.

методом касательных.

2. Краткое описание метода решения нелинейных уравнений.

Метод касательных — это итерационный численный метод нахождения корня (нуля) заданной функции. Метод был впервые предложен английским физиком, математиком и астрономом Исааком Ньютоном (1643—1727). Поиск решения осуществляется путём построения последовательных приближений и основан на принципах простой итерации. Метод обладает квадратичной сходимостью. Модификацией метода является метод хорд и касательных.

*Алгоритм*

1. Задается начальное приближение x0.

2. Пока не выполнено условие остановки, в качестве которого можно взять
 |x n+1-x n|<$ε$ или  |f'(xn+1)|<$ε$ (то есть погрешность в нужных пределах), вычисляют новое приближение:  x n+1=x n-f(x n)/f'(x n).

а) $v$ = $v\_{\infty }$ [3/2$γ$ – 1/2$γ^{3}$]

Перепишем уравнение в виде

0,52=2\*(3/2x-1/2x3), подставив исходные значения

Тогда уравнение будет иметь вид

2\*(3/2x-1/2x3)- 0,52=0

Упростим уравнение: 3x-2x3- 0,52=0

Введем функцию f1(х)=2\*x-x\*x\*x-0.52;

Найдем производную функции f1(x) и обозначим f2(x):

f2(x)=f1'(x)= 2-3\*x\*x

Функция имеет две точки пересечения с осью Ох.



Рисунок 1-Исследование графика функции в программе Excel

Поэтому за начальное приближение будем брать два интервала

1. а=0 и b=0,5

2. а=1 и b=1,5

б)

$v$ = $v\_{\infty }$ [2$γ$ – 2$γ^{3}$ + $γ^{4}$]

Перепишем уравнение в виде 0,52=2\*(2х-2х3+х4), подставив исходные данные

Упростим и перенесем все в одну часть уравнения.

2\*(2х-2х3+х4)-0,52=0

Упростим: 4х-4х3+2х4-0,52=0

Введем функцию f1(x)=4\*x-4\*x\*x\*x+2\*sqr(sqr(x))-0.52

и найдем ее производную: f2(x)=f1'(x)=4-12x2+8x3

Функция имеет одну точку пересечения с осью Ох



Рисунок 2 Исследование графика функции в программе Excel

Поэтому за начальное приближение будем брать интервал

а=0 и b=0,5

3. Текст программы.

а)

**var**

k:integer;// для счета количества итераций

x,a,b,e: double;

**function** f1(z: double): double; {Основная функция}

**begin**

f1:=2\*x-x\*x\*x-0.52;

**end**;

**function** f2(z:double): double; {Производная от основной функции}

**begin**

f2:=2-3\*x\*x;

**end**;

**begin**

k:=0;

a:=1;b:=1.5;

e:=0.0001;

**if** f1(a)\*f2(a)>0 **then** x:=a

**else** x:=b;

**while** abs(f1(x))>e **do**

 **begin**

x:=x-f1(x)/f2(x);

 k:=k+1;

 **end**;

Writeln (' В интервале от ',a:0:1,' до ',b:0:1,' с погрешностью ',e:0:4);

Writeln ('x=',x:0:5,' f(x)=',f1(x):0:5,' количество итераций =',k);

**end**.

б)

**var**

k:integer;// количество итераций

x,a,b,e: double;

**function** f1(z: double): double; {Основная функция}

**begin**

f1:=4\*x-4\*x\*x\*x+2\*sqr(sqr(x))-0.52;

**end**;

**function** f2(z:double): double; {Производная от основной функции}

**begin**

f2:=4-12\*x\*x+8\*x\*x\*x;

**end**;

**begin**

a:=0;b:=0.5;

e:=0.0001;

**if** f1(a)\*f2(a)>0 **then** x:=a

**else** x:=b;k:=1;

**while** abs(f1(x))>e **do**

 **begin**

x:=x-f1(x)/f2(x);

 k:=k+1

 **end**;

Writeln (' В интервале от ',a:0:1,' до ',b:0:1,' с погрешностью ',e:0:4);

Writeln ('x=',x:0:5,' f(x)=',f1(x):0:5, ' количество итераций =',k);

**end**.

4. Результаты вычислений.

а)

1. В интервале от 0.0 до 0.5 с погрешностью 0.0001

x=0.26982 f(x)=0.00000 количество итераций =3

2. В интервале от 1.0 до 1.5 с погрешностью 0.0001

x=1.25988 f(x)=-0.00004 количество итераций =3

б)

В интервале от 0.0 до 0.5 с погрешностью 0.0001

x=0.13216 f(x)=0.00000 количество итераций =4

5. Анализ результатов и выводы по работе.

Метод касательных предполагает произвольное задание начальной точки и последующее итерационное приближение этой точки к истинному значению корня до достижения заданной точности. Каждая последующая точка вычисляется, зная предыдущую точку и значение производной функции в этой точке.

Для данного метода ищется начальное приближение x0, для чего строится график функции в программе Excel или можно провести исследование функции по ее производной, для выделения промежутка нахождения корня. И в цикле, пока не выполнено условие остановки, в качестве которого можно взять
|x n+1-x n|<$ε$ или  |f'(xn+1)|<$ε$ (то есть погрешность в нужных пределах), вычисляют новое приближение:  x n+1=x n-f(x n)/f'(x n).

Метод быстро сходится, в случае б) за 4 итерации, а в случае а) за 3 для обоих корней.