**Вариант 1**

**Задание 1.**

Вычислить значение  и оценить абсолютную и относительную погрешность результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.



**Решение**

Введем функцию:

.

Т.к. значения исходных данных получены в результате округления по дополнению, то абсолютные погрешности данных:



Вычисляем значение функции:



Вычисляем значения производных:



Вычисляем абсолютную и относительную погрешности погрешность:



Т.к. , следовательно, результат  имеет две верные цифры.

Результат с учетом погрешности:



или, оставив только верные цифры



(величину погрешности округляем в большую сторону),

или



.

**Ответ:**  верные цифры подчеркнуты.

**Задание 3.**

Локализовать корень нелинейного уравнения  и найти его методом бисекции с точностью . Выбрав полученное решение в качестве начального приближения, найти решение уравнения методом простой итерации с точностью . Для метода простой итерации обосновать сходимость и оценить достаточное для достижения заданной точности число итераций.



**Решение**

**Локализуем корень уравнения**



Для этого построим графики функций:





Из анализа графиков функций, видно, что корень уравнения (абсцисса точки пересечения построенных графиков) .

Поставим задачу решить уравнение  методом бисекции с точностью . Обозначим  где . При определении очередного отрезка локализации будем сравнивать значения функции в середине текущего отрезка и на одном из его концов, например, на левом.

**1-й шаг.**

Находим середину отрезка :.

Т.к. длина текущего отрезка равна , то вычисляем  и . Видно, что на концах отрезка  функция принимает значения разного знака; поэтому полагаем: .

**2-й шаг.**

Длина отрезка равна .

Вычисляем .

; .

Т.к. значения функции  разного знака, то корень находится на данном отрезке. Поэтому полагаем .

Далее в таблице

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | Знак | |  |
|  |  |
| 0 | 3 | 4 | 3,5 | + | – | 1,0000 |
| 1 | 3 | 3,5 | 3,25 | + | – | 0,5000 |
| 2 | 3 | 3,25 | 3,125 | + | – | 0,2500 |
| 3 | 3 | 3,125 | 3,0625 | + | + | 0,1250 |
| 4 | 3,0625 | 3,125 | 3,0938 | + | – | 0,0625 |
| 5 | 3,0625 | 3,0938 | 3,0781 | + | – | 0,0313 |
| 6 | 3,0625 | 3,0781 | 3,0703 | + |  | 0,0156 |

При  имеем . Следовательно, заданная точность достигнута и можно принять .

Выбрав полученное решение в качестве начального приближения, **найдем решение уравнения методом простой итерации** с точностью .

Приведем функцию к удобному для итераций виду:



Итерационная функция при этом:





Перепишем уравнение:



Тогда:







Выберем: 

Выбранному  соответствует 

Критерий окончания итерационного процесса: 



В качестве начального приближения выберем: 

Итерации будем вести по формуле:





Число итераций, требуемое для достижения заданной точности:

 

Следовательно, для достижения заданной точности требуется 1 итерация.



Получаем ответ: .

**Ответ:** отрезок локализации [3; 4]; корень методом бисекции ; корень методом простой итерации ; .

**Задание 4.**

Дан многочлен третьей степени . Методом Ньютона найти действительный корень многочлена, расположенный на интервале ( –3, 0) с точностью .

**Решение**

**Теорема.** Если функция  имеет на концах отрезка значения разных знаков, то есть , а производные  и сохраняют знаки на отрезке, то исходя из начального приближения , удовлетворяющему условию , можно построить последовательностьсходящуюся к единственному на решению  уравнения.

**Практический критерий окончания итераций** метода Ньютона, при заданной точности :



Выберем начальные приближения: 



Таким образом, для отрезка  в качестве начального приближения следует взять точку , т.к. .

Будем выполнять итерации метода Ньютона по формуле:



Зададим точность . Распишем первую итерацию:



Результаты дальнейших вычислений представим в таблице:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 0 | -3 | - |
| 1 | -1,5771144279 | 1,4228855721 |
| 2 | -0,8285975451 | 0,7485168827 |
| 3 | -0,4598797900 | 0,3687177551 |
| 4 | -0,3049606823 | 0,1549191077 |
| 5 | -0,2645865315 | 0,0403741508 |
| 6 | -0,2614560684 | 0,0031304632 |
| 7 | -0,2614370735 | 0,0000189949 |
| 8 | -0,2614370728 | 0,0000000007 |

При вычисления следует прекратить и после округления полу­чим .

**Ответ:** .