**ВАРИАНТ-7**

 1.7.Машинно-котельная установка состоит из двух котлов и одной машины. Событие А- исправная машина, событие Вк(к=1,2)-исправен, *k* -й котел. Событие С означает работоспособность машинно-котельной установки, что будет в том случае, если исправна машина и хотя бы один котел. Выразить события С и С через А и Вк .

**Решение:**

Машинно-котельная установка состоит из двух котлов и одной машины. Событие *A*- исправна машина, событие *Bk* (*k*=1,2)- исправен *k*-й котел. Событие *C* означает работоспособность машинно-котельной установки, что будет в том случае, если исправны машины и хотя бы один котел. Выразить события

*C* и через A и B.

*P*(*C*) =*P*(*AB*1*B*2)+*P*(*AB*2)+*P*(*AB*1)

*P*()=1−*P*(*C*)

 2.7.В партии готовой продукции,состоящей из 20 изделий,три бракованных. Определить вероятность того,что при случайном выборе 4 изделий одновременно все они окажутся небракованными.Какова вероятность того,что бракованных и небракованных изделий окажется поровну?

 2.37.Из колоды в 32 карты берется наугад 10 карт. Найти вероятность того, что среди них будут 8 одномастных.

**Решение:**

Всех выборов с восьмью картами данной масти возможныразных выборов двух карт других мастей, т.е., с учётом того, что всего 4 масти,

 4.7.В автобусе едут n пассажиров.На следующей остановке каждый из них выходит с вероятностью P кроме того, в автобусе с вероятностью p0 не входит ни один новый пассажир, с вероятностью 1-P0 входит один новый пассажир.Найти вероятность того,что когда автобус снова тронется в путь после следующей остановки, в нем будет по-прежнему n пассажиров.(Предполагается,что более одного пассажира войти не может).

**Решение:**

Пусть событие А=, а , . По условию задачи По формуле полной вероятности имеем , в которой а . Тогда .

 5.7.Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4.Найти вероятность того, что цель будет поражена от 200 до 250 раз в серии из 600 выстрелов.

**Решение:**

Если вероятность наступления события А в каждом из П независимых испытаний постоянна и равна Р (Р отлична от нуля и единицы), а число П достаточно велико, то вероятность того, что событие А в таких испытаниях наступит не менее m1 раз и не более m2 раз, вычисляется приближенно по формуле

 Где ,

Имеются таблицы значений функции . называется функцией Лапласа. Эта функция является нечетной, т.е. . Если воспользоваться готовыми значениями функции Лапласа, то формулу можно записать так:

По условию n=600, p=0,4,=200;

 7.7.Известна функция распределения срока службы блока

 

Найти коэффициент K .Найти средний срок службы и дисперсию срока службы блока.

**Решение:**

Находим k из условия

Плотность распределения равна:

F(x) =

Мат ожидание, дисперсия

D(X)=

 8.7.Случайная величина X подчинена показательному закону с параметром :

 

Построить кривую распределения. Найти функцию распределения. Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение меньшее, чем ее математическое ожидание.

**Решение:**

****

Используем формулу .

При имеем:

При имеем:

Таким образом:

Найдем математическое ожидание случайной величины Х:

Искомая вероятность:

 9.7.Автомат изготавливает шарики. Шарик считается годным, если отклонение X диаметра шарика от проектного размера по абсолютной величине меньше 0,7 мм. Считая, что случайная X величина распределена нормально со средним квадратическим отклонением  =0,4 мм. Найти, сколько будет готовых шариков среди 100 изготовленных.

**Решение:**

Нормальным называют распределение вероятностей непрерывной случайной величины Х, плотность которого имеет вид:

Вероятность того, что Х примет значение, принадлежащее интервалу (), равна:

,

где

Вероятность того, что абсолютная величина отклонения меньше положительного числа

В частности, если a=0,то справедливо равенство:

Так как Х- отклонение(диаметра шарика от проектного размера), то М(Х)=а=0.

Таким образом, вероятность отклонения, меньшего 0,7мм, равна 0,92. Отсюда следует, что примерно 92 шарика из 100 окажутся годными.

**Вариант 7**

3.1.7 Преобразовать следующие задачи линейного программирования в каноническую форму.

z = 4x1 - 4x2 + 2x3→max;

-3x1 + 2x2 + x3 ≥ 8,

-4x1 + x2 + 4x3 ≥ 0,

x1 - 3x2 ≤ 4,

x2≥0.

**Решение:**

Так как переменные x1, x3 произвольного знака, то они заменяются разностями неотрицательных переменных: x1 = x4 - x5, x3 = x6 - x7
-3(x4 - x5)+2x2+(x6 - x7)≥8
-4(x4 - x5)+x2+4(x6 - x7)≥0
(x4 - x5)-3x2≤4
4. Соответствующая целевая функция примет вид:
F(X) = 4(x4 - x5)-4x2+2(x6 - x7)
или
F(X) = -4x2+4x4-4x5+2x6-2x7 → max при ограничениях:
2x2-3x4+3x5+x6-x7≥8
x2-4x4+4x5+4x6-4x7≥0
-3x2+x4-x5≤4
Упростим задачу ЗЛП с заменой всех переменных (сократим их количество).
2x1-3x2+3x3+x4-x5≥8
x1-4x2+4x3+4x4-4x5≥0
-3x1+x2-x3≤4
F(X) = -4x1+4x2-4x3+2x4-2x5 → max
В 1-м неравенстве смысла (≥) вводим базисную переменную x6 со знаком минус. В 2-м неравенстве смысла (≥) вводим базисную переменную x7 со знаком минус. В 3-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x8.
2x1-3x2 + 3x3 + 1x4-1x5-1x6 + 0x7 + 0x8 = 8
1x1-4x2 + 4x3 + 4x4-4x5 + 0x6-1x7 + 0x8 = 0
-3x1 + 1x2-1x3 + 0x4 + 0x5 + 0x6 + 0x7 + 1x8 = 4

3.2.7 Преобразовать следующие задачи линейного программирования в

стандартную форму.

z = x2 + 3x4 + x5→max;

x1 + 2x2 + 2x5 = 6,

2x2 + x3 - x4 = 5,

2x1 + 3x4 - 4x5 = 5,

xj≥0, j= 1,5

**Решение:**

Расширенная матрица системы ограничений-равенств данной задачи:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 0 | 0 | 2 | 6 |
| 0 | 2 | 1 | -1 | 0 | 5 |
| 2 | 0 | 0 | 3 | -4 | 5 |

Приведем систему к единичной матрице методом жордановских преобразований.
1. В качестве базовой переменной выбираем x1.
Разрешающий элемент РЭ=1. Строка, соответствующая переменной x1, получена в результате деления всех элементов строки x1 на разрешающий элемент РЭ=1. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x1 записываем нули.
Все остальные элементы определяются по правилу прямоугольника.
Для этого выбираем из старого плана четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент РЭ.
НЭ = СЭ - (А\*В)/РЭ
СТЭ - элемент старого плана, РЭ - разрешающий элемент (1), А и В - элементы старого плана, образующие прямоугольник с элементами СТЭ и РЭ.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 : 1 | 2 : 1 | 0 : 1 | 0 : 1 | 2 : 1 | 6 : 1 |
| 0-(1 • 0):1 | 2-(2 • 0):1 | 1-(0 • 0):1 | -1-(0 • 0):1 | 0-(2 • 0):1 | 5-(6 • 0):1 |
| 2-(1 • 2):1 | 0-(2 • 2):1 | 0-(0 • 2):1 | 3-(0 • 2):1 | -4-(2 • 2):1 | 5-(6 • 2):1 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 0 | 0 | 2 | 6 |
| 0 | 2 | 1 | -1 | 0 | 5 |
| 0 | -4 | 0 | 3 | -8 | -7 |

2. В качестве базовой переменной можно выбрать x3.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 0 | 0 | 2 | 6 |
| 0 | 2 | 1 | -1 | 0 | 5 |
| 0 | -4 | 0 | 3 | -8 | -7 |

3. В качестве базовой переменной выбираем x2.
Разрешающий элемент РЭ=-4. Строка, соответствующая переменной x3, получена в результате деления всех элементов строки x2 на разрешающий элемент РЭ=-4. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x3 записываем нули.
Все остальные элементы определяются по правилу прямоугольника.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1-(0 • 2):-4 | 2-(-4 • 2):-4 | 0-(0 • 2):-4 | 0-(3 • 2):-4 | 2-(-8 • 2):-4 | 6-(-7 • 2):-4 |
| 0-(0 • 2):-4 | 2-(-4 • 2):-4 | 1-(0 • 2):-4 | -1-(3 • 2):-4 | 0-(-8 • 2):-4 | 5-(-7 • 2):-4 |
| 0 : -4 | -4 : -4 | 0 : -4 | 3 : -4 | -8 : -4 | -7 : -4 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 3/2 | -2 | 5/2 |
| 0 | 0 | 1 | 1/2 | -4 | 3/2 |
| 0 | 1 | 0 | -3/4 | 2 | 7/4 |

Поскольку в системе имеется единичная матрица, то в качестве базисных переменных принимаем X = (1,3,2).
Соответствующие уравнения имеют вид:
x1+3/2x4-2x5 = 21/2
x3+1/2x4-4x5 = 11/2
x2-3/4x4+2x5 = 13/4
Выразим базисные переменные через остальные:
x1 = -3/2x4+2x5+21/2
x3 = -1/2x4+4x5+11/2
x2 = 3/4x4-2x5+13/4
Подставим их в целевую функцию:
F(X) = (3/4x4-2x5+13/4)+3x4+x5
или
F(X) = 15/4x4-x5+13/4 → max
Система неравенств:
-3/2x4+2x5+21/2 ≥ 0
-1/2x4+4x5+11/2 ≥ 0
3/4x4-2x5+13/4 ≥ 0
Приводим систему неравенств к следующему виду:
3/2x4-2x5 ≤ 21/2
1/2x4-4x5 ≤ 11/2
-3/4x4+2x5 ≤ 13/4
F(X) = 15/4x4-x5+13/4 → max
Упростим систему.
3x1-4x2 ≤ 5
x1-8x2 ≤ 3
-3x1+8x2 ≤ 7
F(X) = 15x1-4x2+7 → max

4.1.7 Решить следующие задачи линейного программирования графическим

методом.

z = 2x1 + 4x2 → min;

x1 - 3x2 ≤ 8,

-4x1 + 2x2 ≥ 5,

-2x1 + 2x2 ≤ 4,

x1≥0, x2≥0.

**Решение:**

Необходимо найти минимальное значение целевой функции F = 2x1+4x2 → min, при системе ограничений:
x1-3x2≤8, (1)
-4x1+2x2≥5, (2)
-2x1+2x2≤4, (3)
x1 ≥ 0, (4)
x2 ≥ 0, (5)
Шаг №1. Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (полуплоскости обозначены штрихом).


Задача не имеет допустимых решений. ОДР представляет собой пустое множество.

5.1.7 Решить следующие задачи линейного программирования симплекс- методом.

z = 3x1 - 2x2 - 2x3 + x4 - 4x5 → min;

x2 - 2x3 = 6,

x3 + x4 + 4x5 = 6,

x1 + x5 = 6,

xj≥0, j= 1,5

**Решение:**

Выразим целевую функцию через свободные переменные.
x2 = 6+2x3
x4 = 6-x3-4x5
x1 = 6-x5
Получаем:
F(x) = 3x1-2x2-2x3+x4-4x5=3(6-x5)-2(6+2x3)-2x3+(6-x3-4x5)-4x5= - 7x3 - 11x5+12
При этом значение целевой функции 12 для упрощения вычислений не учитываем, а добавим к результату в конце решения.
Для построения первого опорного плана систему неравенств приведем к системе уравнений путем введения дополнительных переменных (**переход к канонической форме**).
В 1-м равенстве базисной переменной является x2.В 2-м равенстве базисной переменной является x4.В 3-м равенстве базисной переменной является x1.
0x1 + 1x2-2x3 + 0x4 + 0x5 = 6
0x1 + 0x2 + 1x3 + 1x4 + 4x5 = 6
1x1 + 0x2 + 0x3 + 0x4 + 1x5 = 6
Матрица коэффициентов A = a(ij) этой системы уравнений имеет вид:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | -2 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 4 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

А=

Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x2, x4, x1
Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:
X0 = (6,6,0,6,0)
**Базисное решение** называется допустимым, если оно неотрицательно.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x2 | 6 | 0 | 1 | -2 | 0 | 0 |
| x4 | 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 4 |
| x1 | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | 0 | 0 | 7 | 0 | 11 |

**Итерация №0**.
**1. Проверка критерия оптимальности**.
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся положительные коэффициенты.
**2. Определение новой базисной переменной**.
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x5, так как это наибольший коэффициент .
**3. Определение новой свободной переменной**.
min (6:0 , 6 : 4 , 6 : 1 ) = 11/2

Разрешающий элемент = 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | min |
| x2 | 6 | 0 | 1 | -2 | 0 | 0 | - |
| x4 | 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | **4** | **11/2** |
| x1 | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 |
| F(X1) | 0 | 0 | 0 | 7 | 0 | **11** |  |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.

Вместо переменной x4 в план 1 войдет переменная x5.
Строка, соответствующая переменной x5 в плане 1, получена в результате деления всех элементов строки x4 плана 0 на разрешающий элемент РЭ=4. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x5 записываем нули.
Таким образом, в новом плане 1 заполнены строка x5 и столбец x5. Все остальные элементы нового плана 1, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.
Для этого выбираем из старого плана четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент РЭ.
НЭ = СЭ - (А\*В)/РЭ
СТЭ - элемент старого плана, РЭ - разрешающий элемент (4), А и В - элементы старого плана, образующие прямоугольник с элементами СТЭ и РЭ.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| 6-(6 • 0):4 | 0-(0 • 0):4 | 1-(0 • 0):4 | -2-(1 • 0):4 | 0-(1 • 0):4 | 0-(4 • 0):4 |
| 6 : 4 | 0 : 4 | 0 : 4 | 1 : 4 | 1 : 4 | 4 : 4 |
| 6-(6 • 1):4 | 1-(0 • 1):4 | 0-(0 • 1):4 | 0-(1 • 1):4 | 0-(1 • 1):4 | 1-(4 • 1):4 |
| 0-(6 • 11):4 | 0-(0 • 11):4 | 0-(0 • 11):4 | 7-(1 • 11):4 | 0-(1 • 11):4 | 11-(4 • 11):4 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x2 | 6 | 0 | 1 | -2 | 0 | 0 |
| x5 | 3/2 | 0 | 0 | 1/4 | 1/4 | 1 |
| x1 | 9/2 | 1 | 0 | -1/4 | -1/4 | 0 |
| F(X1) | -33/2 | 0 | 0 | 17/4 | -11/4 | 0 |

**Итерация №1**.
**1. Проверка критерия оптимальности**.
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся положительные коэффициенты.
**2. Определение новой базисной переменной**.
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x3, так как это наибольший коэффициент .
**3. Определение новой свободной переменной**.
min (- , 11/2 : 1/4 , - ) = 6

Разрешающий элемент равен =1/4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | min |
| x2 | 6 | 0 | 1 | -2 | 0 | 0 | - |
| x5 | 3/2 | 0 | 0 | **1/4** | 1/4 | 1 | **6** |
| x1 | 9/2 | 1 | 0 | -1/4 | -1/4 | 0 | - |
| F(X2) | -33/2 | 0 | 0 | **41/4** | -11/4 | 0 |  |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.
Вместо переменной x5 в план 2 войдет переменная x3.
Строка, соответствующая переменной x3 в плане 2, получена в результате деления всех элементов строки x5 плана 1 на разрешающий элемент РЭ=1/4. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x3 записываем нули.
Таким образом, в новом плане 2 заполнены строка x3 и столбец x3. Все остальные элементы нового плана 2, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| 6-(11/2 • -2):1/4 | 0-(0 • -2):1/4 | 1-(0 • -2):1/4 | -2-(1/4 • -2):1/4 | 0-(1/4 • -2):1/4 | 0-(1 • -2):1/4 |
| 11/2 : 1/4 | 0 : 1/4 | 0 : 1/4 | 1/4 : 1/4 | 1/4 : 1/4 | 1 : 1/4 |
| 41/2-(11/2 • -1/4):1/4 | 1-(0 • -1/4):1/4 | 0-(0 • -1/4):1/4 | -1/4-(1/4 • -1/4):1/4 | -1/4-(1/4 • -1/4):1/4 | 0-(1 • -1/4):1/4 |
| -161/2-(11/2 • 41/4):1/4 | 0-(0 • 41/4):1/4 | 0-(0 • 41/4):1/4 | 41/4-(1/4 • 41/4):1/4 | -23/4-(1/4 • 41/4):1/4 | 0-(1 • 41/4):1/4 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x2 | 18 | 0 | 1 | 0 | 2 | 8 |
| x3 | 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 4 |
| x1 | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| F(X2) | -42 | 0 | 0 | 0 | -7 | -17 |

**1. Проверка критерия оптимальности**.
Среди значений индексной строки нет положительных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.

Оптимальный план можно записать так:
x1 = 6, x2 = 18, x3 = 6, x4 = 0, x5 = 0
F(X) = 3•6 -2•18 -2•6 + 1•0 -4•0 = -30

7.1.7В следующих транспортных задачах найти такие объёмы перевозок

однородной продукции от поставщиков к потребителям при которых общие затраты на перевозку продукции будут минимальными. В таблицах заданы объёмы запасов продукции у поставщиков (**Ai**), объемы потребности в продукции потребителей (**Bj** ) и удельные затраты на перевозку единицы продукции от поставщиков к потребителям (пересечение соответствующих строк и столбцов таблицы).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bi | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 92 | 29 | 114 | 199 |
| 1 | 21 | 5 | 1 | 4 | 6 |
| 2 | 72 | 0 | 7 | 3 | 3 |
| 3 | 95 | 4 | 6 | 2 | 0 |

**Решение:**

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.
∑a = 21 + 72 + 95 = 188
∑b = 92 + 29 + 114 + 199 = 434
Как видно, суммарная потребность груза в пунктах назначения превышает запасы груза на базах. Следовательно, модель исходной транспортной задачи является открытой. Чтобы получить закрытую модель, введем дополнительную (фиктивную) базу с запасом груза, равным 246 (188—434). Тарифы перевозки единицы груза из базы во все магазины полагаем равны нулю.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | Запасы |
| 1 | 5 | 1 | 4 | 6 | 21 |
| 2 | 0 | 7 | 3 | 3 | 72 |
| 3 | 4 | 6 | 2 | 0 | 95 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 246 |
| Потребности | 92 | 29 | 114 | 199 |  |

**Этап I. Поиск первого опорного плана**.
1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.
Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую, и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел ai, или bj.
Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя.
Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Искомый элемент равен c21=0.

x21 = min(72,92) = 72.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 5 | 1 | 4 | 6 | 21 |
| **0** | x | x | x | **72 - 72 = 0** |
| 4 | 6 | 2 | 0 | 95 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 246 |
| **92 - 72 = 20** | 29 | 114 | 199 |  |

Искомый элемент равен c34=0.

x34 = min(95,199) = 95.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 5 | 1 | 4 | 6 | 21 |
| 0 | x | x | x | 0 |
| x | x | x | **0** | **95 - 95 = 0** |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 246 |
| 20 | 29 | 114 | **199 - 95 = 104** |  |

Искомый элемент равен c12=1.

x12 = min(21,29) = 21.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | **1** | x | x | **21 - 21 = 0** |
| 0 | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 246 |
| 20 | **29 - 21 = 8** | 114 | 104 |  |

Искомый элемент равен c41=0.

x41 = min(246,20) = 20.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | x | x | 0 |
| 0 | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 0 | 0 |
| **0** | 0 | 0 | 0 | **246 - 20 = 226** |
| **20 - 20 = 0** | 8 | 114 | 104 |  |

Искомый элемент равен c42=0.

x42 = min(226,8) = 8.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | x | x | 0 |
| 0 | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 0 | 0 |
| 0 | **0** | 0 | 0 | **226 - 8 = 218** |
| 0 | **8 - 8 = 0** | 114 | 104 |  |

Искомый элемент равен c43=0.

 x43 = min(218,114) = 114.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | x | x | 0 |
| 0 | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 0 | 0 |
| 0 | 0 | **0** | 0 | **218 - 114 = 104** |
| 0 | 0 | **114 - 114 = 0** | 104 |  |

Искомый элемент равен c44=0.

x44 = min(104,104) = 104.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | x | x | 0 |
| 0 | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | **0** | **104 - 104 = 0** |
| 0 | 0 | 0 | **104 - 104 = 0** |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | Запасы |
| 1 | 5 | 1[21] | 4 | 6 | 21 |
| 2 | 0[72] | 7 | 3 | 3 | 72 |
| 3 | 4 | 6 | 2 | 0[95] | 95 |
| 4 | 0[20] | 0[8] | 0[114] | 0[104] | 246 |
| Потребности | 92 | 29 | 114 | 199 |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 7, а должно быть m + n - 1 = 7. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:
F(x) = 1\*21 + 0\*72 + 0\*95 + 0\*20 + 0\*8 + 0\*114 + 0\*104 = 21
**Этап II. Улучшение опорного плана**.
Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.
u1 + v2 = 1; 0 + v2 = 1; v2 = 1
u4 + v2 = 0; 1 + u4 = 0; u4 = -1
u4 + v1 = 0; -1 + v1 = 0; v1 = 1
u2 + v1 = 0; 1 + u2 = 0; u2 = -1
u4 + v3 = 0; -1 + v3 = 0; v3 = 1
u4 + v4 = 0; -1 + v4 = 0; v4 = 1
u3 + v4 = 0; 1 + u3 = 0; u3 = -1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=1 | v2=1 | v3=1 | v4=1 |
| u1=0 | 5 | 1[21] | 4 | 6 |
| u2=-1 | 0[72] | 7 | 3 | 3 |
| u3=-1 | 4 | 6 | 2 | 0[95] |
| u4=-1 | 0[20] | 0[8] | 0[114] | 0[104] |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.
Минимальные затраты составят: F(x) = 1\*21 + 0\*72 + 0\*95 + 0\*20 + 0\*8 + 0\*114 + 0\*104 = 21
**Анализ оптимального плана**.
Из 1-го склада необходимо весь груз направить в 2-й магазин.
Из 2-го склада необходимо весь груз направить в 1-й магазин.
Из 3-го склада необходимо весь груз направить в 4-й магазин.
Потребность 1-го магазина остается неудовлетворенной на 20 ед.
Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x41=0.
Потребность 2-го магазина остается неудовлетворенной на 8 ед.
Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x42=0.
Потребность 3-го магазина остается неудовлетворенной на 114 ед.
Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x43=0.
Потребность 4-го магазина остается неудовлетворенной на 104 ед.
Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x44=0.