ФИО студента

Личный номер студента

Номер варианта (15)

23.1 Данные выборочного обследования жилищных условий жителей района:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Площадь жилья на 1 чел,м2 | до  5,0 | 5,0-  10,0 | 10,0-  15,0 | 15,0-  20,0 | 20,0-  25,0 | 25,0-  30,0 | 30,0 и  более | Всего |
| Число  жителей | 8 | 95 | 204 | 270 | 210 | 130 | 83 | 1000 |

1) составить эмпирическую функцию распределения случайной величины площадь жилья на одного человека и построить её график;

2) найти границы, в которых с вероятностью 0,98 заключен средний размер площади на одного человека в целом по району.

23.2 По данным задачи 1, используя критерий Пирсона, на уровне значимости проверить гипотезу о том, что случайная величина размер площади на одного человека в целом по району – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

23.3 Совместное распределение двух случайных факторов и представлено в таблице

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 42 | 44 | 46 | 48 |
| 1.3 | 5 | 2 | - | - |
| 1.4 | - | 7 | 3 | 1 |
| 1.5 | - | 3 | 8 | 2 |
| 1.6 | - | 1 | 3 | 5 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние , построить эмпирическую линию регрессии на .

2. Предполагая, что между переменными и существует линейная корреляционная зависимость:

1) найти уравнение прямой регрессии на , построить её график на одном чертеже с эмпирической линией регрессии;

2) вычислить выборочный коэффициент корреляции и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными и ;

3) используя полученное уравнение регрессии вычислить прогнозное значение при росте фактора на 10% от среднего значения.

23.1 Данные выборочного обследования жилищных условий жителей района:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Площадь жилья на 1 чел,м2 | до  5,0 | 5,0-  10,0 | 10,0-  15,0 | 15,0-  20,0 | 20,0-  25,0 | 25,0-  30,0 | 30,0 и  более | Всего |
| Число  жителей | 8 | 95 | 204 | 270 | 210 | 130 | 83 | 1000 |

1) составить эмпирическую функцию распределения случайной величины площадь жилья на одного человека и построить её график;

2) найти границы, в которых с вероятностью 0,98 заключен средний размер площади на одного человека в целом по району.

Решение.

1) Прейдем к точечному выборочному распределению, взяв за значения признака середины частичных интервалов.

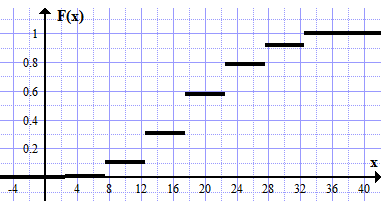
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2,5 | 7,5 | 12,5 | 17,5 | 22,5 | 27,5 | 32,5 |
|  | 8 | 95 | 204 | 270 | 210 | 130 | 83 |
|  | 0,008 | 0,095 | 0,204 | 0,270 | 0,210 | 0,130 | 0,083 |
|  | 0,008 | 0,103 | 0,307 | 0,577 | 0,787 | 0,917 | 1 |

частоты

относительные частоты

накопленные частоты

Эмпирическая функция распределения в зависимости от значения вариант равна соответствующей накопленной относительной частоте. Тогда эмпирическая функция распределения имеет вид:

**

2) Вычислим числовые характеристики.

Для удобства вычисления составим расчетную таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 2,5 | 8 | 20 | 50 |
| 7,5 | 95 | 712,5 | 5343,75 |
| 12,5 | 204 | 2550 | 31875 |
| 17,5 | 270 | 4725 | 82687,5 |
| 22,5 | 210 | 4725 | 106312,5 |
| 27,5 | 130 | 3575 | 98312,5 |
| 32,5 | 83 | 2697,5 | 87668,75 |
| 122,5 | 1000 | 19005 | 412250 |

;

Средняя ошибка выборки для среднего значения признака составляет:

Предельная ошибка выборки составляет:

где – коэффициент доверия; для доверительной вероятности  
из уравнения

где функция Лапласа,

по таблице значений функции Лапласа находим:

Тогда

Границы, в которых с вероятностью 0,98 заключен средний размер площади на одного человека в целом по району, находим из следующего двойного неравенства:

подставляем значения:

С вероятностью 0,98 можно ожидать, что средний размер площади на одного человека составит от 18,478 до 19,532 м2.

23.2 По данным задачи 1, используя критерий Пирсона, на уровне значимости проверить гипотезу о том, что случайная величина размер площади на одного человека в целом по району – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

Решение.

Проверку гипотезы о виде закона распределения проведем, используя критерий согласия Пирсона. Суть проверки гипотезы о том, что случайная величина распределена по нормальному закону, состоит в том, что сравниваются наблюдаемое значение статистики и критическое: и .

Наблюдаемое значение статистики определяется по эмпирическим и теоретическим частотам по формуле:

где – эмпирические, а – теоретические частоты.

Критическое значение статистики определяется в зависимости от уровня значимости и числа степеней свободы , где число интервалов; число параметров закона распределения (в нормальном распределении )

Для определения теоретических частот нам нужны параметры закона распределения, а именно - математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение

Для расчета вероятностей используем функцию Лапласа

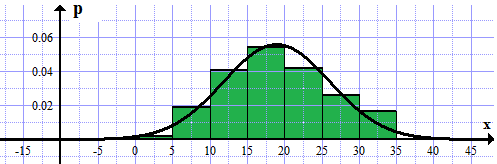
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | интервал |  |  |  |  |  |
| 1 | 0-5 | 8 | 0,0211 | 21,1 | -13,1 | 8,1332 |
| 2 | 5-10 | 95 | 0,0788 | 78,8 | 16,2 | 3,3305 |
| 3 | 10-15 | 204 | 0,1839 | 183,9 | 20,1 | 2,1969 |
| 4 | 15-20 | 270 | 0,2680 | 268 | 2 | 0,0149 |
| 5 | 20-25 | 210 | 0,2438 | 243,8 | -33,8 | 4,6860 |
| 6 | 25-30 | 130 | 0,1387 | 138,7 | -8,7 | 0,5457 |
| 7 | 30-35 | 83 | 0,0493 | 49,3 | 33,7 | 23,0363 |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 1000 |  |  |  | 41,9434 |

Итого значение статистики

Определим количество степеней свободы по формуле:

. Соответствующее критическое значение статистики

Так как , то гипотеза о нормальном распределении отвергается.



23.3 Совместное распределение двух случайных факторов и представлено в таблице

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 42 | 44 | 46 | 48 |
| 1.3 | 5 | 2 | - | - |
| 1.4 | - | 7 | 3 | 1 |
| 1.5 | - | 3 | 8 | 2 |
| 1.6 | - | 1 | 3 | 5 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние , построить эмпирическую линию регрессии на .

2. Предполагая, что между переменными и существует линейная корреляционная зависимость:

1) найти уравнение прямой регрессии на , построить её график на одном чертеже с эмпирической линией регрессии;

2) вычислить выборочный коэффициент корреляции и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными и ;

3) используя полученное уравнение регрессии вычислить прогнозное значение при росте фактора на 10% от среднего значения.

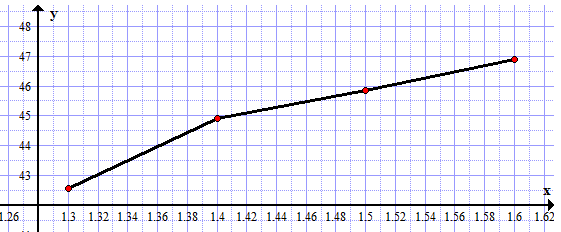
Решение.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 42 | 44 | 46 | 48 | итого |
| 1,3 | 5 | 2 | - | - | 7 |
| 1,4 | - | 7 | 3 | 1 | 11 |
| 1,5 | - | 3 | 8 | 2 | 13 |
| 1,6 | - | 1 | 3 | 5 | 9 |
| итого | 5 | 13 | 14 | 8 | 40 |

1. Вычисляем групповые средние по формуле:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 42 | 44 | 46 | 48 |  |
| 1,3 | 5 | 2 | - | - | 42,57 |
| 1,4 | - | 7 | 3 | 1 | 44,91 |
| 1,5 | - | 3 | 8 | 2 | 45,85 |
| 1,6 | - | 1 | 3 | 5 | 46,89 |

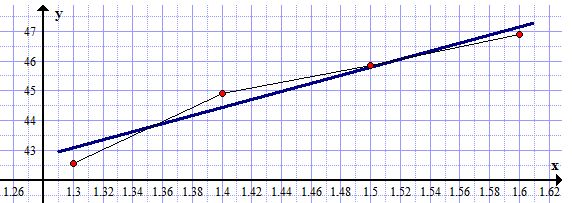
Построим эмпирические линии регрессии на в виде ломаной, соединяющей точки .



2.1) Уравнение регрессии имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,3 | 7 | 42 | 5 | 9,1 | 210 | 11,83 | 8820 |
| 1,4 | 11 | 44 | 13 | 15,4 | 572 | 21,56 | 25168 |
| 1,5 | 13 | 46 | 14 | 19,5 | 644 | 29,25 | 29624 |
| 1,6 | 9 | 48 | 8 | 14,4 | 384 | 23,04 | 18432 |
| **5,8** | **40** | **180** | **40** | **58,4** | **1810** | **85,68** | **82044** |

уравнение регрессии на .



2)Коэффициент корреляции

Так как и , то связь между и высока прямая.

3) При росте фактора на 10% от среднего значения, он будет составлять .

Используя полученное уравнение регрессии:

вычислим прогнозное значение :