(1) $2 \cdot 125^{\frac{1}{3}} - 0{,}9^{0} = 2 \cdot \sqrt[3]{125} - 1 =$

$= 2 \cdot 5 - 1 = 10 - 1 = 9$

Ответ: 9

(2) $\frac{6^{1{,}4}}{6^{0{,}7}} = 6^{1{,}4 - 0{,}7} = 6^{0{,}7}$

Ответ: $6^{0{,}7}$

(3) $\log_5 3 - \log_5 15 + \log_3 5 = \log_5\left(\frac{3}{15}\right) +$

$+ \log_3 5 = \log_5\left(\frac{1}{5}\right) + \log_3 5 = \log_5 5^{-1} +$

$+ \log_3 5 = -1 \cdot \log_5 5 + \log_3 5 = -1 + \log_3 5$

Ответ: $-1 + \log_3 5$

(4) $\sin\alpha - ?$, $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{6}}{4}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

$\sin\alpha = \pm\sqrt{1 - \cos^2\alpha}$; $\sin\alpha = \sqrt{1 - \left(-\frac{\sqrt{6}}{4}\right)^2} =$

$= \sqrt{1 - \frac{6}{16}} = \sqrt{\frac{10}{16}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$

Ответ: $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

(5) $\cos x = -1$

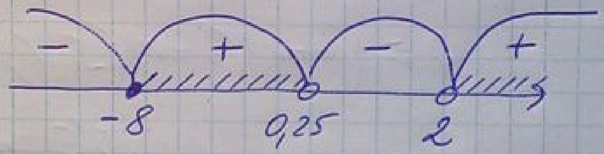
$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

(6) $$\frac{x+8}{(4x-1)(x-2)} \geqslant 0$$

Решим неравенство методом интервалов

$$\frac{x+8}{4(x-0{,}25)(x-2)} \geqslant 0$$

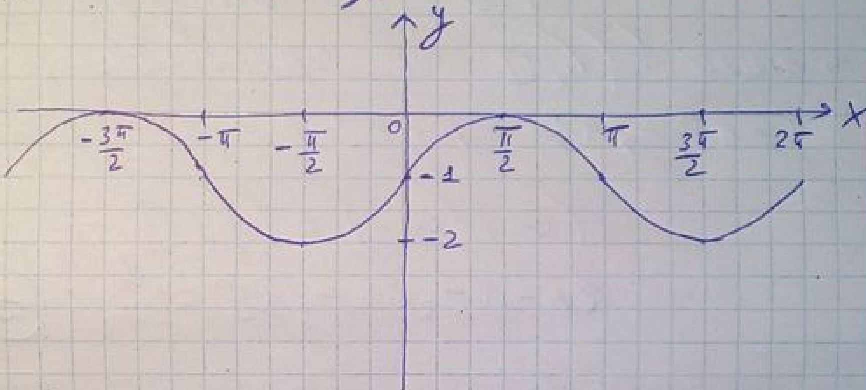


$x \in [-8; 0{,}25) \cup (2; +\infty)$

Ответ: $[-8; 0{,}25) \cup (2; +\infty)$

(7) $y = \sin x - 1$

График данной функции получен параллельным переносом графика $y = \sin x$ на 1 единицу вниз вдоль оси Oy



Проекцией графика на ось Oy является отрезок $[-2; 0]$, значит,
$E(y) = [-2; 0]$

Ответ: $[-2; 0]$

8 $\quad f(x) = (3x-4)^6$

$$f'(x) = 6(3x-4)^5 \cdot (3x-4)' =$$

$$= 6(3x-4)^5 \cdot 3 = 18(3x-4)^5$$

Ответ: $18(3x-4)^5$

(9) $\log_4 x + \log_4 5 = \log_4 20$

ОДЗ: $x > 0$

$\log_4 (x \cdot 5) = \log_4 20$

$5x = 20$

$x = \frac{20}{5}$

$x = 4 \in$ ОДЗ

Ответ: 4

(10) $y = 4x - x^4$

$D(y) = (-\infty; +\infty)$

$y' = 4 - 4x^3$; y' определена на $D(y)$

Решим уравнение $y' = 0$:

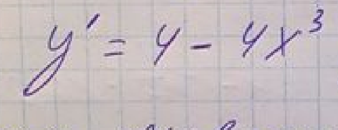
$4 - 4x^3 = 0$

$4x^3 = 4$

$x^3 = 1$

$x = \sqrt[3]{1}$

$x = 1$ – критическая точка



$x_{max} = 1$

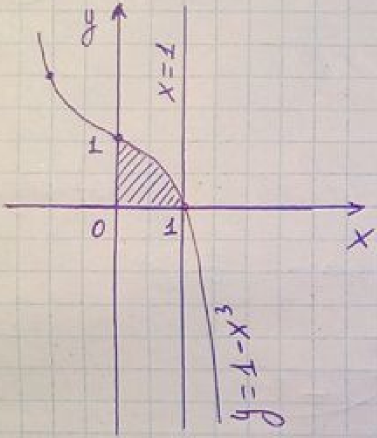
Ответ: 1

11) $a = 6,\ b = 6,\ c = 7$

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 = 6^2 + 6^2 + 7^2 = 121$

$d = \sqrt{121} = 11$

12) $y = 1 - x^3,\ y = 0,\ x = 0,\ x = 1$



Для вычисления площади фигуры используем формулу

$$S = \int_a^b f(x)\,dx$$

В данном случае:

$a = 0,\ b = 1,\ f(x) = 1 - x^3$

$$S = \int_0^1 (1 - x^3)\,dx = \left(x - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{4} - 0 =$$

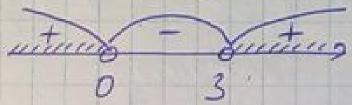
$$= \frac{3}{4} \text{ (кв. ед.)}$$

Ответ: $\frac{3}{4}$ кв. ед.

(13) $y = \log_{0,5}(x^2 - 3x)$

Функция $y(x)$ определена, если $x^2 - 3x > 0$;

$$x(x-3) > 0$$



$$x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$$

Ответ: $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

(14) $$\left(\frac{2}{7}\right)^{4-8x} - 1 \leq 0$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{4-8x} \leq 1$$

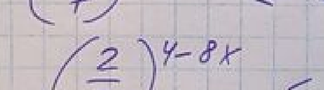
$$\left(\frac{2}{7}\right)^{4-8x} \leq \left(\frac{2}{7}\right)^{0}$$

$$4 - 8x \geq 0$$

$$8x \leq 4$$

$$x \leq \frac{4}{8}$$

$$x \leq 0,5$$

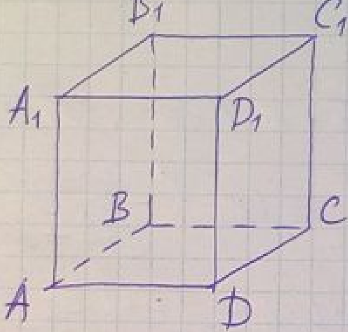


$$x \in (-\infty; 0,5]$$

Наибольшее целое число из промежутка $(-\infty; 0,5]$ равно 0

Ответ: 0

(15)



Дано:

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоуг. пар-д

$S_{AA_1B_1B} = 20\ см^2$

$S_{AA_1D_1D} = 45\ см^2$

$AA_1 = 5\ см$

Найти: V

Решение

Найдём объём по формуле $V = abc$, где $a = AB$, $b = AD$, $c = AA_1$

$S_{AA_1B_1B} = AA_1 \cdot AB \Rightarrow 5 \cdot AB = 20 \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = \frac{20}{5} = 4$ (см)

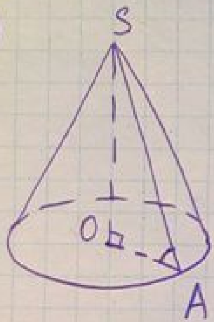
$S_{AA_1D_1D} = AA_1 \cdot AD \Rightarrow 5 \cdot AD = 45 \Rightarrow$

$\Rightarrow AD = \frac{45}{5} = 9$ (см)

Получаем: $V = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$ (см^3)

Ответ: 180 см^3

16



$SA = 18$ дм, $\angle SAO = 30°$

$V - ?$

Используем формулу

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$, где $H = SO$,

$R = OA$.

Из $\triangle SOA$ ($\angle O = 90°$) $\sin\angle SAO = \frac{SO}{SA} \Rightarrow$

$\Rightarrow SO = SA \cdot \sin\angle SAO = 18 \cdot \frac{1}{2} = 9$ (дм);

$OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{324 - 81} = \sqrt{243} =$

$= 9\sqrt{3}$ (дм).

Получаем: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (9\sqrt{3})^2 \cdot 9 \approx \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 243 \cdot 9 =$

$= 243 \cdot 9 = 2187$ (дм^3)

Ответ: 2187