5.1

1) Методом амперметра-вольтметра

измеряется сопротивление RX (см. рису-

нок). При этом RX определяется в соот-

ветствии с законом Ома по показаниям

амперметра IA и вольтметра UV . Извест-

но, что IA= 0,03 А, UV = 9В, RA = 3 Ом, RV =10 кОм.

 Определить абсолютную погрешность измерения, величину поправки, исправленный результат измерения, относительную погрешность измерения RX . Классифицировать вид измерения, погрешность измерения, метод устранения погрешности.

**Решение.**

 Результат измерения в соответствии с указанным методом

определяется на основании закона Ома по показаниям приборов

 Rх изм = $\frac{U\_{V}}{I\_{A}}$ = $\frac{9}{0,03}$ = 300 Ом

Абсолютная методическая погрешность измерения

∆R = Rх изм – Rx ист = $\frac{U\_{V}}{I\_{A}}$ - Rx ист = $\frac{U\_{А }+ U\_{x}}{I\_{A}}$ - Rx ист = $\frac{U\_{А }}{I\_{A}} $+ $\frac{ U\_{x}}{I\_{A}}$ - Rx ист = $\frac{U\_{А }}{I\_{A}}$ + Rx ист - Rx ист = $\frac{U\_{А }}{I\_{A}}$ = RA = 3 Ом,

где Ux и UA – падения напряжения на Rx и RA соответственно, Ix – ток через Rx

Относительная методическая погрешность измерения

 δ = $\frac{∆R}{R\_{x ист}}$

 Найдем RΧ ист, это исправленный результат измерения с учетом внесенной поправки ΑR = −ΔR = −RΑ = - 3 Οм , тогда

 RΧ ист = RΧ изм + ΑR = (300 − 3) Οм = 297 Οм

 δ = $\frac{3}{297}$ ·100% = 1,01 %

 Погрешность измерения является в данном случае методической, т.к. обусловлена неидеальностью метода измерения (по условию задачи амперметр измеряет силу тока абсолютно точно, т.е. инструментальные погрешности отсутствуют); систематической (т.к. при многократных измерениях погрешность остается постоянной). Метод амперметра—вольтметра является косвенным, так как основан на использовании закона Ома, по которому измеряемое сопротивление прямо пропорционально падению напряжения на нем и обратно пропорционально силе тока, протекающего по нему.

 Отсюда следует общеизвестный вывод: для обеспечения малой методической погрешности измерения амперметр должен обладать малым сопротивлением, т.е. должно выполняться условие RА << Rх, а также использовать при подключении приборы высокого класса точности.

 Ответ: ∆R = 3 Ом, ΑR = -3 Ом, RΧ ист = 297 Ом,

 δ = 1,01 %

5.2

10) При измерении мощности сигнала были получены следующие результаты: Р′ = 25,2 мВт; составляющие систематической погрешности

θ1 = 0,4 мВт, θ2 = 0,3 мВт; составляющие случайной погрешности в виде границ доверительных интервалов ε0,95 = 0,15 мВт, ε0,9 = 0,1 мВт. Случайные погрешности распределены по нормальному закону.

 Записать результат измерения при доверительной вероятности РД = 0,95.

**Решение.**

 Для определения общей погрешности измерения необходимо просуммировать отдельно составляющие систематической погрешности θi , отдельно составляющие случайной погрешности Si и затем сложить полученные суммарные значения НСП и случайной погрешности в соответствии с правилами суммирования погрешностей.

 Границы доверительного интервала случайной погрешности

 ε = tн (ΡД ) ⋅ Si,

 где tН (PД ) — коэффициент нормального закона распределения.

При PД = 0,95 tН = 1,96, 0,15 = 1,96 · S1; S1 = 0,08 мВт

 PД = 0,90 tН = 1,65, 0,10 = 1,65 · S2; S2 = 0,06 мВт

 Границы систематической погрешности равны:

 θ∑ (РД) = k (РД) $\sqrt{\sum\_{i=1}^{2}θ^{2}}$ = k (0,95) $\sqrt{θ\_{1}^{2}+ θ\_{2}^{2}}$ = 1,1 $\sqrt{0,4^{2}+ 0,3^{2}}$ = 0,55 мВт

СКП систематической погрешности:

 Sθ = $\sqrt{\sum\_{i=1}^{2}\frac{θ\_{i}^{2}}{2}}$ = $\sqrt{\frac{0,4^{2}+ 0,3^{2}}{2}}$ = 0,35

 В условии задачи отсутствует указание величин коэффициента корреляции, следовательно, составляющие случайной погрешности некоррелированы (независимы) и суммарная СКП:

 S∑ = $\sqrt{\sum\_{i=1}^{2}S\_{i}^{2}}$ = $\sqrt{S\_{1}^{2}+ S\_{2}^{2}}$ = $\sqrt{0,08^{2}+ 0,06^{2}}$ = 0,1 мВт

 Границы доверительного интервала случайной погрешности

 εΣ = tн (ΡД )⋅ SΣ =1,96 ⋅ 0,1 = 0,196

 Далее необходимо сложить систематическую и случайные составляющие погрешности. Сначала определяем соотношение

 $\frac{θ\_{∑}}{S\_{∑}}$ = $\frac{0,55}{0,1}$ = 5,5

 Тогда ∆Робщ (РД) = K∑ · Sобщ,

где K∑ = $\frac{ε\_{∑ }+θ\_{∑} }{S\_{∑}+S\_{θ }}$ = $\frac{0,196+0,55}{0,1+0,35}$ = 1,66

 Sобщ = $\sqrt{S\_{∑}^{2}+ S\_{θ}^{2}}$ = $\sqrt{0,1^{2}+ 0,35^{2}}$ = 0,36

 ∆Робщ (0,95) = 1,66 · 0,36 = 0,5976 мВт

 Результат измерения с учетом правил округления погрешности и результата запишется в следующем виде

 Р = Р´ ± ∆Робщ , РД, Р = (25,2 ± 0,6) мВт, РД = 0,95

 Ответ: Р = (25,2 ± 0,6) мВт, РД = 0,95

5.3

1) Вольтметр имеет предел измерения Uшк1 =1В , класс точности γ1 = 1.0 , входное сопротивление Rv = 1 кОм.

 Рассчитать величину и допустимую относительную погрешность добавочного сопротивления, необходимого для изменения предела измерения до Uшк2 = 10В и достижения общего класса точности γ2 = 0.5.

 **Решение.**

 Для расширения шкалы в *n* раз измерений вольтметру последовательно подключают добавочное сопротивление, величина которого рассчитывается по формуле:

 *R* доб = *R* V · (*n* − 1),

где  *R*V — внутреннее сопротивление вольтметра;

 *n –* коэффициент расширения предела измерения:

  *n* =  $\frac{U}{U\_{O}}$ ,

 *U*0 — максимальное напряжение, которое можно было измерять до подключения добавочного сопротивления;

 *U* — максимальное напряжение, которое необходимо измерять данным вольтметром (после подключения добавочного сопротивления).

 

  *R* доб = 1000 ·( $\frac{10}{1}$ -1) = 9000 Ом = 9 кОм

 Основная погрешность прибора с добавочным резистором:

 δR = $\frac{К\_{Т}}{R}$ · 100 % = $\frac{0,5}{9000}$ · 100 % = ± 0,01 %

 Ответ: δR = ± 0,01 %

5.4

5) При многократных измерениях индуктивности получены следующие результаты: 45; 45.4; 45.8; 44.2; 44.6; 45; 44.6; 45.4; 48.2; 45 мкГн.

 Записать результат измерения при доверительной вероятности PД = 0.9.

 **Решение.**

 Найдем среднее арифметическое значение измеряемой величины по формуле:

 $\overbar{х}= $ $\frac{1}{n}$ $\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}$,

 где *n* – число измерений.

 $\overbar{х}=\frac{1}{10}$ · (45+45,4+45,8+44,2+44,6+45+44,6+45,4+48,2+45) = $\frac{453,2}{10}$ = 45,3 мкГн

 Вычисляем среднее квадратическое отклонение единичных результатов:

 S = $\sqrt{\frac{\sum\_{i=1}^{n}( x\_{i}- \overbar{x)}^{2}}{n-1}}$

S = $\sqrt{\frac{(45-45,3)^{2 }+(45,4-45,3)^{2 }+ (45,8-45,3)^{2 }+ …. (45-45,3)^{2 }}{10-1}}$

 S = $\sqrt{\frac{11,14}{9}}$ = 1,1

 Предполагая, что погрешность распределена по нормальному закону, исключаем «промахи», т.е. измерения с грубыми погрешностями, для которых

 $\left|\frac{x\_{i}- \overbar{x}}{S}\right|$ $>$ tгр (РД, n),

где *xi* - подозрительный на наличие промаха результат измерения из полученной выборки;

 tгр (РД, n) - коэффициент допускаемых нормированных отклонений, выбирается при заданных РД и n из таблицы П.2 Приложения. Определяем для нашей задачи, tгр(0,95; 10) = 2,414

$\left|\frac{44,2- 45,3}{1,1}\right|$ = 1 < 2,414

$\left|\frac{48,2- 45,3}{1,1}\right|$ = 2,636 > 2,414

 Условие промаха выполняется, то есть L9 = 48,2 мкГн — промах.

Его удаляем из ряда многократных измерений. Теперь n = 9 .

Продолжаем проверку на наличие промахов. Пересчитываем

вновь значения

$\overbar{х}=\frac{1}{9}$ · (45+45,4+45,8+44,2+44,6+45+44,6+45,4+45) = $\frac{405}{9}$ = 45 мкГн

S = $\sqrt{\frac{(45-45,3)^{2 }+(45,4-45,3)^{2 }+ (45,8-45,3)^{2 }+ …. (45-45,3)^{2 }}{9-1}}$

 S = $\sqrt{\frac{1,92}{8}}$ = 0,5

 По таблице определяем новые границы tгр (0,95;9) = 2,349.

Проверяем условие промаха:

$\left|\frac{44,2- 45}{0,5}\right|$ = 1,6 < 2,349

$\left|\frac{45,8- 45}{0,5}\right|$ = 1,6 < 2,349

Грубые промахи исключены.

 Вычисляем среднее квадратическое отклонение среднего арифметического (СКО результата измерений):

 $S\_{\overbar{х}} $= $\frac{S}{\sqrt{n}}=$ $\sqrt{\frac{\sum\_{i=1}^{n}(х\_{i}- \overline{х)}^{2}}{n (n-1)}}$

$ S\_{\overbar{х}} $= $\sqrt{\frac{1,92}{9 · (9-1)}}$ = 0,2

 Определяем доверительные границы случайной погрешности при заданной доверительной вероятности Р = 0,90:

 ɛ = $t\_{q}$·$S\_{\overbar{х}}$,

 где $t\_{q}$ – коэффициент Стьюдента, зависящий от доверительной вероятности Р и числа измерений n. Выбираем коэффициент t из таблицы

 (t = 1,9)

 ɛ = 1,9 · 0,2 = 0,4

Запишем окончательный вариант: (45,0 $\pm $ 0,4) мкГн

 Ответ: (45,0 $\pm $ 0,4) мкГн

5.5

2) Определить результат и абсолютную погрешность косвенного измерения реактивной мощности Q =U × I sinϕ по результатам прямых измерений:

 – показания вольтметра класса точности 2.5 с пределом измерения 100 В ,

U = 75 В ;

– показания амперметра класса точности 1.0 с пределом измерения 10 А,

I = 4 А , ϕ = 30° ±1° .

 Записать результат измерения.

 **Решение.**

 Известно, что результат косвенных измерений определяется

представленной функциональной зависимостью при подстановке в нее результатов измерений аргументов. В нашем случае

 Q = U · I · sinϕ = 75 · 4 · sin30˚ = 150 Вт

 В общем виде погрешность косвенного измерения

 *∆y =* $\sum\_{i=1}^{n}\frac{dF}{dx\_{i}}$ *· ∆xi*

 где *xi* - аргументы функции F,

 Δxi - их абсолютные погрешности,

 y - измеряемая косвенным образом величина,

 $\frac{dF}{dx\_{i}}$ - частные производные функции по соответствующим аргументам.

 Определим абсолютные погрешности аргументов заданной зависимости:

максимальная абсолютная погрешность амперметра:

 $\pm ∆\_{I}$= $\frac{δ ∙ I\_{N} }{100}$ = $\frac{1 ∙ 4 }{100}$ = ± 0,04 А

где $δ$ - относительная погрешность прибора, заданная классом точности, в данной задаче δ = ± 1,0 %;

 $I\_{N}$ - нормирующее значение шкалы, равно пределу измерения.

Аналогично для вольтметра:

 $\pm ∆\_{U}$= $\frac{К\_{т }∙ U\_{N} }{100}$ = $\frac{2,5 ∙ 100}{100}$ = ± 2,5 В

 где *Кт  -* класс точности прибора

 Так как погрешности аргументов заданы границами интервалов, которые определены, в том числе, и с помощью измерительных приборов, то можно считать, что эти погрешности распределены равновероятно. Тогда, в соответствии с правилами суммирования погрешностей, общая погрешность при заданной доверительной вероятности PД может быть определена выражением:

 ∆Q(РД) = k (РД) $\sqrt{(\frac{∆U}{U})^{2}+(\frac{∆I}{I})^{2}+(cosφ·∆φ)^{2}}$

 Величина доверительной вероятности в условии задачи не

указана. Необходимо воспользоваться известными рекомендациями, в которых для технических электрорадиоизмерений применяется PД = 0,95. Тогда

 ∆Q(0,95) = 1,1$\sqrt{(\frac{2,5}{75})^{2}+(\frac{0,04}{4})^{2}+(cos30˚·1)^{2}}$ = 1,04 Вт

Запишем результат измерения с учетом правил округления

 Q = (150 ± 1) Вт, РД = 0,95

 Ответ: Q = (150 ± 1) Вт, РД = 0,95