Вариант №1

С = $\left\{2;1;3\right\}$

В = $\left\{1100; 1500\right\}$

А =$\left(\begin{matrix}1&2&2\\3&4&2\end{matrix}\right)$

Составим систему ограничений

х1 + 2х2 + 2х3 $\leq $1100

3х1 + 4х2 + 2х3 $\leq $1500

xj $\geq $ 0, (j = 1,3)

Z1 = 2x1 + x2 + 3x3 $\rightarrow $max

преобразуем ее к каноничному виду. Введем две дополнительные неотрицательные переменные х4, х5 и перейдем к функции Zi =-Z. Модель примет вид

Z1 = -2x1 - x2 - 3x3 – 0\* х4 – 0\* х5 $\rightarrow $min

х1 + 2х2 + 2х3 + х4 = 1100

3х1 + 4х2 + 2х3 + х5= 1500

xj $\geq $ 0, (j = 1,3)

Записываем условия задачи в виде симплексной таблицы:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| БП | Переменные | свободный член |
| х1 | х2 | х3 | х4 | х5 |
| х4 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1100 |
| х5 | 3 | 4 | 2 | 0 | 1 | 1500 |
| Z1 | -2 | -1 | -3 | 0 | 0 |  |

Выпишем вектор r, компонентами которого являются коэффициенты при свободных переменных целевой функции r = (-2; -1; -3; )

Так как компоненты вектора отрицательны, то опорный план Хоп1 не является оптимальным.

Выбираем максимальную по модулю отрицательную компоненту r:

max $\left\{\left[-2\right];\left[-1\right];\left[-3\right]\right\}= \left[-3\right]$

разрешающий столбец х.3

Выберем разрешающую строку

min $\left\{\frac{1100}{2};\frac{1500}{2}\right\}$ = $\frac{1100}{2}$

разрешающая строка будет первая, разрешающий элемент – a13

Выполняя симплексное преобразование с разрешающим элементом a13 придем к новой таблице

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| БП | Переменные | свободный член |
| х1 | х2 | х3 | х4 | х5 |
| х3 | ½ | 1 | 1 | 1/2 | 0 | 550 |
| х5 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 400 |
| Z1 | -1/2 | 2 | 0 | 3/2 | 0 | 1650 |

Так как компоненты вектора отрицательны, то опорный план Хоп1 не является оптимальным.

Разрешающим столбцом является (х1), а разрешающей строкой (х5), разрешающий элемент – a22

Выполняя симплексное преобразование с разрешающим элементом a22 придем к новой таблице

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| БП | Переменные | свободный член |
| х1 | х2 | х3 | х4 | х5 |
| х3 | 0 | 1/2 | 1 | ¾ | -1/4 | 450 |
| х1 | 1 | 1 | 0 | -1/2 | ½ | 200 |
| Z1 | 0 | 5/2 | 0 | 5/4 | 1/4 | 1750 |

Среди компонентов вектора нет отрицательных, опорный план Хоп1 является оптимальным.

х1 = 200

х3 = 450

Z = 3 \* 450 + 2\*200 = 1750

Прибыль max = 1750 ; при выпуске А1 = 200шт; А2 = 0шт; А3 = 450шт

Найдем кол-во изделий при котором достигается max товарной продукции

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| БП | Переменные | свободный член |
| х1 | х2 | х3 | х4 | х5 |
| х4 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1100 |
| х5 | 3 | 4 | 2 | 0 | 1 | 1500 |
| Z1 | -1 | -1 | -1 | 0 | 0 |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| БП | Переменные | свободный член |
| х1 | х2 | х3 | х4 | х5 |
| х3 | ½ | 1 | 1 | ½ | 0 | 550 |
| х5 | 2 | 2 | 0 | -1 | 1 | 400 |
| Z1 | -1/2 | 0 | 0 | 1/2 | 0 | 550 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| БП | Переменные | свободный член |
| х1 | х2 | х3 | х4 | х5 |
| х3 | 0 | 1/2 | 1 | ¾ | -1/4 | 450 |
| х1 | 1 | 1 | 0 | -1/2 | ½ | 200 |
| Z1 | 0 | 1/2 | 0 | 1/4 | 1/4 | 650 |

А3 = 450

А1 = 200

Z = 1 \* 450 + 1\*200 = 650 (кол-во изделий)

2.

min (2x1+5x2)

при следующих ограничениях:

2x1+x2$\leq $3

8x1+3x2$\geq $5

4x1+x2$\geq $7

Приведем систему ограничений к системе неравенств $\leq $ , умножаем соответствующие строки на (-1)

F(x) = 2x1+5x2

2x1+x2$\leq $3

-8x1-3x2$\leq $-5

-4x1-x2$\leq $-7

введя базисные переменные, перейдем к каноничной форме

2x1+x2+х3$\leq $3

-8x1-3x2+х4$\leq $-5

-4x1-x2+х5$\leq $-7

А=$\begin{matrix}2&1&1 \\-8&-3&0 \\-4&-1&0 \end{matrix}\begin{matrix}0&0\\1&0\\0&1\end{matrix}$

Х1 =(0,0,3-5,-7)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | В |
| x3 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| x4 | -8 | -3 | 0 | 1 | 0 | -5 |
| x5 | -4 | -1 | 0 | 0 | 1 | -7 |
| F(x0) | -2 | -5 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Среди отрицательных значений базисных переменных выберем наибольший по модулю. Ведущей будет 3-ая строка, а переменную х5следует вывести из базиса

Разрешающий элемент равный (-4)

Выполняем преобразование симплексной таблицы методом Жордана-Гаусса

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | В |
| x3 | 0 | 1/2 | 1 | 0 | 1/2 | -1/2 |
| x4 | 0 | -1 | 0 | 1 | -2 | 9 |
| x1 | 1 | 1/4 | 0 | 0 | -1/4 | 7/4 |
| F(x0) | 0 | -9/2 | 0 | 0 | -1/2 | 7/2 |

Среди значений индексной строки нет положительных. Поэтому таблица определяет оптимальный план задачи

Так как в полученном плане среди значений базисных переменных имеются отрицательные значения, функция цели F(x) не ограничена на множестве допустимых планов.F(x) $\rightarrow \infty $ задача не имеет решения.

3.

1. *a1 =* 30; *a2 =* 50; *a3 =* 120;

*b1 =* 40; *b2 =* 30; *b3 =* 20; *b4 =* 10.

Запишем условие в таблицу:

поскольку в матрице существуют запрещенные к размещению клетки, то для отыскания оптимального плана достаточно заменить их на максимальные тарифы

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | запасы |
| 1 | 15 | 5 | 4(20) | 2(10) | 0 | 30 |
| 2 | 2(40) | 5 | 15 | 3 | 0(10) | 50 |
| 3 | 3 | 2(30) | 15 | 5 | 0(90) | 120 |
| Потребности | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 | 200 |

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи

$\sum\_{}^{}a$ = 30+50+120=200

$\sum\_{}^{}b$ *=* 40+30+20+10=100

суммарная потребность груза в пунктах менше запасов груза на базах . Модель транспортной задачи является открытой. Чтобы получить закрытую модель, введем фиктивную потребность равной 100. Тарифы перевозки единицы груза из базы во все магазины полагаем равны нулю.

Выбираем в таблице наименьшую стоимость (это стоимость помещенная в клетке 2.1) так как 40 $<$ 50, 40единиц груза помещаем в этой клетке, в оставшейся таблице стоимостей наименьшей является стоимость расположенная в клетках (2,2) заполнив ее аналогично продолжаем процесс до тех пор, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть m+n-1=8

Опорный план является вырожденным, строим новый план

Значение целевой функции

F(x) = 4\*20+2\*10+2\*40+0\*10+2\*30+0\*90=240

Искомый элемент равен 2. Для этого элемента запасы равны 120, потребности 30. Поскольку min является 30,то вычитаем его.

(3,2)=min(120,30)=30 аналогично продолжаем процесс до тех пор, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | запасы |
| 1 | 15 | 5 | 4(20) | 2(10) | 0 | 30 |
| 2 | 2(40) | 5 | 15 | 3 | 0(10) | 50 |
| 3 | 3 | 2(30) | 15 | 5 | 0(90) | 120 |
| Потребности | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 | 200 |

число занятых клеток таблицы равно 6, а должно быть m+n-1=

опорный план является вырожденным. Строим новый план

Значение целевой функции

F(x) = 4\*20+0\*10+2\*40+3\*10+2\*30+0\*90=250

Искомый элемент равен 3

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | запасы |
| 1 | 15 | 5 | 4(20) | 2(10) | 0 | 30 |
| 2 | 2(40) | 5 | 15 | 3 | 0(10) | 50 |
| 3 | 3 | 2(30) | 15 | 5 | 0(90) | 120 |
| Потребности | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 | 200 |

Значение целевой функции

F(x) = 4\*20+2\*10+2\*40+0\*10+2\*30+0\*90=240

Искомый элемент равен 5

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | запасы |
| 1 | 15 | 5(30) | 4 | 2 | 0 | 30 |
| 2 | 2(40) | 5 | 15 | 3(10) | 0 | 50 |
| 3 | 3 | 2 | 15(20) | 5 | 0(100) | 120 |
| Потребности | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 | 200 |

число занятых клеток таблицы равно 5, а должно быть m+n-1=

опорный план является вырожденным. Строим новый план

Значение целевой функции

F(x) = 5\*30+2\*40+3\*10+15\*20+0\*100=560

Искомый элемент равен 5

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | запасы |
| 1 | 15 | 5 | 4(20) | 2(10) | 0 | 30 |
| 2 | 2(20) | 5(30) | 15 | 3 | 0 | 50 |
| 3 | 3(20) | 2 | 15 | 5 | 0(100) | 120 |
| Потребности | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 | 200 |
| Потребности | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 | 200 |

число занятых клеток таблицы равно 6, а должно быть m+n-1=

опорный план является вырожденным. Строим новый план

Значение целевой функции

F(x) = 4\*20+2\*10+2\*20+5\*30+3\*20+0\*100=350

Искомый элемент равен 5

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | запасы |
| 1 | 15 | 5 | 4(20) | 2 | 0(10) | 30 |
| 2 | 2(40) | 5 | 15 | 3 | 0(10) | 50 |
| 3 | 3 | 2(30) | 15 | 5(10) | 0(80) | 120 |
| Потребности | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 | 200 |

Получен первый опорный план, который является допустимым

опорный план является невырожденным. Значение целевой функции

F(x) = 4\*20+0\*10+2\*40+2\*30+5\*10+0\*80=270

Улучшение опорного плана

Найдем предварительные потенциалы ui , vj по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = сij , пологая что u1 = 0

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=2 | v2=2 | v3=4 | v4=5 | v5=0 |
| u1=0 | 15 | 5 | 4(20) | 2 | 0(10) |
| u2=0 | 2(40) | 5 | 15 | 3 | 0(10) |
| u3=0 | 3 | 2(30) | 15 | 5(10) | 0(80) |

u1 + v3 = 4;0+ v3=4; v3=4

u1 + v5 = 0;0+ v5=0; v5=0

u2 + v5 = 0;0+ u2 =0; u2 =0

u2+ v1 = 2;0+ v1=2; v1=2

u3 + v5 = 0;0+ u3=0; u3=0

u3 + v2 = 2;0+ v3=2; v2=2

u1 + v3 = 5;0+ v3=5; v4=5

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui= vj$>$cij

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;4):2

Для этого в перспективную клетку (1,4) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-»

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | запасы |
| 1 | 15 | 5 | 4(20) | 2(+) | 0(10)(-) | 30 |
| 2 | 2(40) | 5 | 15 | 3 | 0(10) | 50 |
| 3 | 3 | 2(30) | 15 | 5(10)(-) | 0(80)(+) | 120 |
| Потребности | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 |  |

из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее. Прибавляем 10 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 10 из хij , стоящих в минусовых клетках.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | запасы |
| 1 | 15 | 5 | 4(20) | 2(10) | 0 | 30 |
| 2 | 2(40) | 5 | 15 | 3 | 0(10) | 50 |
| 3 | 3 | 2(30) | 15 | 5(0) | 0(90) | 120 |
| Потребности | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 |  |

Проверим оптимальность опорного плана

u1 + v3 = 4;0+ v3=4; v3=4

u1 + v4 = 0;0+ v4=0; v4=2

u3 + v4 = 5;2+ u3 =5; u3 =3

u3+ v2 = 2;3+ v2=2; v2=-1

u3 + v5 = 0;3+ v5=0; v5=-3

u2 + v5 = 0;-3+ u2=0; u 2=3

u2 + v1= 2;3+ v3=2; v1=-1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=-1 | v2=-1 | v3=4 | v4=2 | v5=-3 |
| u1=0 | 15 | 5 | 4(20) | 2(10) | 0 |
| u2=3 | 2(40) | 5 | 15 | 3 | 0(10) |
| u3=3 | 3 | 2(30) | 15 | 5(0) | 0(90) |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | запасы |
| 1 | 15 | 5 | 4(20) | 2(10) | 0 | 30 |
| 2 | 2(40) | 5 | 15 | 3(+) | 0(10)(-) | 50 |
| 3 | 3 | 2(30) | 15 | 5(0)(-) | 0(90)(+) | 120 |
| Потребности | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 |  |

из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее. Прибавляем 0 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 0 из хij , стоящих в минусовых клетках.

Получаем новый опорный план

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | запасы |
| 1 | 15 | 5 | 4(20) | 2(10) | 0 | 30 |
| 2 | 2(40) | 5 | 15 | 3(0) | 0(10) | 50 |
| 3 | 3 | 2(30) | 15 | 5 | 0(90) | 120 |
| Потребности | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 |  |

Проверим оптимальность опорного плана.

u1 + v3 = 4;0+ v3=4; v3=4

u1 + v4 = 0;0+ v4=0; v4=2

u2 + v4 = 3;2+ u3 =3; u3 =1

u2+ v1 = 2;1+ v1=2; v1=1

u2 + v5 = 0;1+ v5=0; v5=-1

u3 + v5 = 0;-1+ u3=0; u 2=1

u2 + v2= 2;1+ v2=2; v1=1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=1 | v2=1 | v3=4 | v4=2 | v5=-1 |
| u1=0 | 15 | 5 | 4(20) | 2(10) | 0 |
| u2=1 | 2(40) | 5 | 15 | 3(0) | 0(10) |
| u3=1 | 3 | 2(30) | 15 | 5 | 0(90) |

Опорный план является оптимальным, так как все оценки свободных клеток удовлетворяют условию

Минимальные затраты составят

F(x) = 4\*20+2\*10+2\*40+0\*10+2\*30+0\*90=240

Из 1-го склада необходимо груз направить в 3-й магазин (20), в 4-й магазин (10)
Из 2-го склада необходимо весь груз направить в 1-й магазин
Из 3-го склада необходимо весь груз направить в 2-й магазин
На 2-ом складе остался невостребованным груз в количестве 10 ед.
Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x25=0.
На 3-ом складе остался невостребованным груз в количестве 90 ед.
Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x35=0.
Задача имеет множество оптимальных планов, поскольку оценка для (2;4) равна 0.

№4

Решите методом ветвей и границ следующую задачу коммивояжера:

1. 

a1 = minkm1..6 i1/k = min $\left\{31;15;19;8;55\right\}$ = 8

a2 = minkm1..6 i2/k = min $\left\{19;22;31;7;35\right\}$ = 7

a3 = minkm1..6 i3/k = min $\left\{25;43;53;57;16\right\}$ = 16

a4 = minkm1..6 i4/k = min $\left\{5;50;49;39;9\right\}$ = 5

a5 = minkm1..6 i5/k = min $\left\{24;24;33;5;14\right\}$ = 5

a6 = minkm1..6 i6/k = min $\left\{34;26;6;3;36\right\}$ = 3

b1min= (ii1/ - ai) = min $\left\{19-7;25-16;5-5;24-5;34-3\right\}$= min $\left\{12;9;0;19;31\right\}$ = 0

b2min= (ii2/ - ai) = min $\left\{31-8;43-16;50-5;24-5;26-3\right\}$= min $\left\{23;27;45;19;23\right\}$ = 19

b3min= (ii3/ - ai) = min $\left\{15-8;22-7;49-5;33-5;6-3\right\}$= min $\left\{7;15;44;28;3\right\}$ = 3

b4min= (ii4/ - ai) = min $\left\{19-8;31-7;53-16;5-5;3-3\right\}$= min $\left\{9;24;37;0;0\right\}$ = 0

b5min= (ii5/ - ai) = min $\left\{8-8;7-7;57-16;39-5;36-3\right\}$= min $\left\{0;0;41;34;33\right\}$ = 0

b6min= (ii5/ - ai) = min $\left\{55-8;35-7;16-16;9-5;14-5\right\}$= min $\left\{47;28;0;4;9\right\}$ = 0

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | $$\infty $$ | 23 | 7 | 11 | 0 | 47 |
| 2 | 12 | $$\infty $$ | 15 | 24 | 0 | 28 |
| 3 | 9 | 27 | $$\infty $$ | 37 | 41 | 0 |
| 4 | 0 | 45 | 44 | $$\infty $$ | 34 | 4 |
| 5 | 19 | 19 | 28 | 0 | $$\infty $$ | 9 |
| 6 | 31 | 23 | 3 | 0 | 33 | $$\infty $$ |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | $$\infty $$ | 4 | 4 | 11 | 0 | 47 |
| 2 | 12 | $$\infty $$ | 12 | 24 | 0 | 28 |
| 3 | 9 | 8 | $$\infty $$ | 37 | 41 | 0 |
| 4 | 0 | 26 | 41 | $$\infty $$ | 34 | 4 |
| 5 | 19 | 0 | 25 | 0 | $$\infty $$ | 9 |
| 6 | 31 | 4 | 0 | 0 | 33 | $$\infty $$ |

Сумма констант приведения определяет нижнюю границу Н

Н = $\sum\_{}^{}а$i + $\sum\_{}^{}b$i

H = 8+7+16+5+5+3+0+19+3+0+0+0= 66

Определяем ребро ветвления и разобьем все множества маршрутов относительно этого ребра на два подмножества (i,j) и (i\*,j\*)

 Для всех клеток матрицы с нулевыми элементами заменяем поочередно нули на М ($\infty $) и определяем для них сумму образовавшихся констант приведения

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ai |
| 1 | $$М$$ | 4 | 4 | 11 | 0(4) | 47 | 4 |
| 2 | 12 | $$М$$ | 12 | 24 | 0(12) | 28 | 12 |
| 3 | 9 | 8 | $$М$$ | 37 | 41 | 0(12) | 8 |
| 4 | 0(13) | 26 | 41 | $$М$$ | 34 | 4 | 4 |
| 5 | 19 | 0(4) | 25 | 0(0) | $$М$$ | 9 | 0 |
| 6 | 31 | 4 | 0(4) | 0(0) | 33 | $$М$$ | 0 |
| bi | 9 | 4 | 4 | 0 | 0 | 4 | 0 |

b(1,5) = 4+0 = 4; b(2,5)=0+12=12; b(3,6)=8+4=12; b(4,1)=4+9=13; b(5,2)=0+4=4; b(5,4)=0+0=0; b(6,3)=0+4=4; b(6,4)=0+0=0

наибольшая сумма констант равна (4+9) = 13дляребра (4,1), следовательно множество разбивается на два подмножества (4,1) и (4\*,1\*)

исключение ребра (4,1) проводим путем замены элемента b41 = 0 на М

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ai |
| 1 | $$М$$ | 4 | 4 | 11 | 0 | 47 | 0 |
| 2 | 12 | $$М$$ | 12 | 24 | 0 | 28 | 0 |
| 3 | 9 | 8 | $$М$$ | 37 | 41 | 0 | 0 |
| 4 | М | 26 | 41 | $$М$$ | 34 | 4 | 4 |
| 5 | 19 | 0 | 25 | 0 | $$М$$ | 9 | 0 |
| 6 | 31 | 4 | 0 | 0 | 33 | $$М$$ | 0 |
| bi | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 13 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества

Н(4\*,1\*) = 66+13=79

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ai |
| 1 | 4 | 4 | М | 0 | 47 | 0 |
| 2 | $$М$$ | 12 | 24 | 0 | 28 | 0 |
| 3 | 8 | $$М$$ | 37 | 41 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 25 | 0 | $$М$$ | 9 | 0 |
| 6 | 4 | 0 | 0 | 33 | $$М$$ | 0 |
| bi | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$\sum\_{}^{}а$i + $\sum\_{}^{}b$i = 0

Нижняя граница подмножества (4,1) равна:

Н(4,1) =66+0=66$\leq 79$

поскольку нижняя граница этого подмножества (4,1) меньше чем подмножества (4\*,1\*) включаем в маршрут с новой границей Н=66

Определяем ребро ветвления

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ai |
| 1 | 4 | 4 | М | 0(4) | 47 | 4 |
| 2 | $$М$$ | 12 | 24 | 0(12) | 28 | 12 |
| 3 | 8 | $$М$$ | 37 | 41 | 0(17) | 8 |
| 5 | 0(4) | 25 | 0(0) | $$М$$ | 9 | 0 |
| 6 | 4 | 0(4) | 0(0) | 33 | $$М$$ | 0 |
| bi | 4 | 4 | 0 | 0 | 9 | 0 |

b(1,5) = 4 + 0 = 4; b(2,5) = 12 + 0 = 12; b(3,6) = 8 + 9 = 17; b(5,2) = 0 + 4 = 4; b(5,4) = 0 + 0 = 0; b(6,3) = 0 + 4 = 4; b(6,4) = 0 + 0 = 0;

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ai |
| 1 | 4 | 4 | М | 0 | 47 | 0 |
| 2 | $$М$$ | 12 | 24 | 0 | 28 | 0 |
| 3 | 8 | $$М$$ | 37 | 41 | 0(17) | 8 |
| 5 | 0 | 25 | 0 | $$М$$ | 9 | 0 |
| 6 | 4 | 0 | 0 | 33 | $$М$$ | 0 |
| bi | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 | 17 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:

Н(3\*;6\*) = 66+17=83

Включение ребра (3,6)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 2 | 3 | 4 | 5 | ai |
| 1 | 4 | 4 | М | 0 | 0 |
| 2 | $$М$$ | 12 | 24 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 25 | 0 | $$М$$ | 0 |
| 6 | 4 | М | 0 | 33 | 0 |
| bi | 0 | 4 | 0 | 0 | 4 |

$\sum\_{}^{}а$i + $\sum\_{}^{}b$i =4

Нижняя граница этого подмножества (3,6) равна

Н(3,6) = 66+4 = 70$\leq $83

ребро (3,6) включаем в маршрут с новой границей Н=70

Определяем ребро ветвления

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 2 | 3 | 4 | 5 | ai |
| 1 | 4 | 0(8) | М | 0(0) | 0 |
| 2 | $$М$$ | 8 | 24 | 0(8) | 8 |
| 5 | 0(4) | 21 | 0(0) | $$М$$ | 0 |
| 6 | 4 | М | 0(4) | 33 | 4 |
| bi | 4 | 8 | 0 | 0 | 4 |

b(1.3)=0+8=8;b(1.5)=0+0=0;b(2.5)=8+0=8;b(5.2)=0+4=4;b(5.4)=0+0=0;b(6.4)=4+0=4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 2 | 3 | 4 | 5 | ai |
| 1 | 4 | М | М | 0 | 0 |
| 2 | $$М$$ | 8 | 24 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 21 | 0 | $$М$$ | 0 |
| 6 | 4 | М | 0(4) | 33 | 0 |
| bi | 0 | 8 | 0 | 0 | 8 |

Н(1\*;3\*) = 70+78=78

Включение ребра

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 2 | 4 | 5 | ai |
| 2 | $$М$$ | 24 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | $$М$$ | 0 |
| 6 | 4 | 0 | 33 | 0 |
| bi | 0 | 0 | 0 | 0 |

$\sum\_{}^{}а$i + $\sum\_{}^{}b$i =0

Нижняя граница этого подмножества (1,3) равна

Н(1,3) = 70+0 = 70$\leq $78

ребро (1,3) включаем в маршрут с новой границей Н=70

Определяем ребро ветвления

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 2 | 4 | 5 | ai |
| 2 | $$М$$ | 24 | 0(53) | 24 |
| 5 | 0(0) | 0(24) | $$М$$ | 0 |
| 6 | 0(29) | М | 29 | 29 |
| bi | 0 | 24 | 29 | 0 |

b(2.5)=24+29=53;b(5.2)=0+0=0;b(5.4)=0+24=24;b(6.2)=29+0=29

наибольшая сумма констант приведения равна (24+29) = 53 для ребра (2,5)

Исключение ребра

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ii | 2 | 4 | 5 | ai |
| 2 | $$М$$ | 24 | М | 24 |
| 5 | 0 | 0 | $$М$$ | 0 |
| 6 | 0 | М | 29 | 0 |
| bi | 0 | 0 | 29 | 53 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов

Н(2\*;5\*) = 70+53=123

включение ребра (2,5)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ii | 2 | 4 | ai |
| 5 | М | 0 | 0 |
| 6 | 0 | М | 0 |
| bi | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы

$\sum\_{}^{}а$i + $\sum\_{}^{}b$i =0

Нижняя граница подмножества (2,5)равна

Н(2,5) = 70+0 = 70$\leq $123

В результате по дереву ветвлений гамильтонов цикл образуют ребра:

(4,1),(1,3),(3,6),(6,2),(2,5),(5,4)

длина маршрута равна F(Mk)=74