Найти приближённо частное решение  дифференциального уравнения , удовлетворяющее начальному условию  в виде четырёх первых отличных от нуля членовряда Тейлора.

Решение:

Решение будем искать в виде:

$$y\left(x\right)=y\left(0\right)+\frac{y^{'}\left(0\right)}{1!}x+\frac{y^{''}\left(0\right)}{2!}x^{2}+\frac{y^{'''}\left(0\right)}{3!}x^{3}+….$$

По условию $y\left(0\right)=2.$

Исходя из дифференциального уравнения, следует, что

$$y^{'}\left(0\right)=-2y\left(0\right)=-2∙2=-4.$$

Дифференцируя уравнение, имеем

$$y^{''}\left(x\right)=-2y^{'}\left(x\right)⇒y^{''}\left(0\right)=-2y^{'}\left(0\right)=-2∙\left(-4\right)=8;$$

$$y^{'''}\left(x\right)=-2y^{''}\left(x\right)⇒y^{'''}\left(0\right)=-2y^{''}\left(0\right)=-2∙8=-16.$$

Таким образом, искомое приближённое решение имеет вид

$$y\left(x\right)=2-4x+4x^{2}-\frac{8}{3}x^{3}.$$

Ответ: $y\left(x\right)=2-4x+4x^{2}-\frac{8}{3}x^{3}.$