**1 Исходные данные**

Таблица 1.1 – Матрица планирования

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № опыта | План эксперимента | Экспериментальные данные по определению |
| Для прочности | Для жёсткости | X1 | X2 | X3 | Прочности, Мпа | Жёсткости, с |
| 1 | 1 | +1 | +1 | +1 | 20,2 | 24 |
| 2 | 2 | -1 | +1 | +1 | 26,5 | 36 |
| 3 | 3 | +1 | -1 | +1 | 23,8 | 20 |
| 4 | 4 | -1 | -1 | +1 | 29,3 | 33 |
| 5 | 5 | +1 | +1 | -1 | 18,7 | 49 |
| 6 | 6 | -1 | +1 | -1 | 32,3 | 60 |
| 7 | 7 | +1 | -1 | -1 | 23,2 | 59 |
| 8 | 8 | -1 | -1 | -1 | 30,5 | 57 |
| - | 9 | +1 | 0 | 0 | - | 28 |
| - | 10 | -1 | 0 | 0 | - | 37 |
| - | 11 | 0 | +1 | 0 | - | 31 |
| - | 12 | 0 | -1 | 0 | - | 32 |
| - | 13 | 0 | 0 | +1 | - | 14 |
| - | 14 | 0 | 0 | -1 | - | 45 |
| 9 | 15 | 0 | 0 | 0 | 24,4 | 32 |
| 10 | 16 | 0 | 0 | 0 | 24,9 | 27 |
| 11 | 17 | 0 | 0 | 0 | 23,8 | 26 |

Таблица 1.2 – Основные характеристики плана эксперимента

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Характеристика | В/Ц смеси | Доля песка в смеси заполнителей r | Водосодержание смеси В, л/м3 |
| Основной уровень | 0,55 | 0,5 | 180 |
| Интервал варьирования  | 0,05 | 0,05 | 10 |
| Верхний уровень | 0,6 | 0,55 | 190 |
| Нижний уровень | 0,5 | 0,45 | 170 |

**2 Обработка результатов**

Для определения коэффициентов регрессии используются следующие формулы:

$$b\_{0}=\sum\_{1}^{N1}{y\_{u}}/{N\_{1}}$$

$$b\_{i}=\sum\_{1}^{N1}{x\_{iu}\*y\_{u}}/{N\_{1}}$$

$$b\_{ij}=\sum\_{1}^{N1}{x\_{iu}\*x\_{ju}\*y\_{u}}/{N\_{1}}$$

Где $y\_{u}$ – значение исследуемого свойства бетона в u-том опыте; $x\_{iu}$ – значение i-того фактора в u-том опыт; $x\_{ju}$ – значение j-того фактора в u-том опыте (i≠j); $N\_{1}$ – число опытов в плане, за исключением опытов в нулевых точках (для к=3 $N\_{1}$ = 8)

Таблица 2.1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № опыта | План | R =f(В/Ц; r; В) |  |
| X1 | X2 | X3 | yi= R | X1iyi | X2iyi | X3iyi |
| R | R\*x1 | R\*x2 | R\*x3 |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 20,2 | 20,2 | 20,2 | 20,2 |
| 2 | -1 | +1 | +1 | 26,5 | -26,5 | 26,5 | 26,5 |
| 3 | +1 | -1 | +1 | 23,8 | 23,8 | -23,8 | 23,8 |
| 4 | -1 | -1 | +1 | 29,3 | -29,3 | -29,3 | 29,3 |
| 5 | +1 | +1 | -1 | 18,7 | 18,7 | 18,7 | -18,7 |
| 6 | -1 | +1 | -1 | 32,3 | -32,3 | 32,3 | -32,3 |
| 7 | +1 | -1 | -1 | 23,2 | 23,2 | -23,2 | -23,2 |
| 8 | -1 | -1 | -1 | 30,5 | -30,5 | -30,5 | -30,5 |
| Сумма ∑ | 204,5 | -32,7 | -9,1 | -4,9 |
| bi=∑/8 | 25,562 | -4,088 | -1,138 | -0,613 |
|  | b0 | b1 | b2 | b3 |

Таблица 2.2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № опыта | План | R =f(В/Ц; r; В) |
| X1 | X2 | X3 | R\* x1\* x1 | R\*x2\* x2 | R\*x3\* x3 | R\*x1\*x2\* | R\*x1\*x3 | R\*x2\*x3 |
| 1 | +1 | +1 | +1 | - | - | - | 20,2 | 20,2 | 20,2 |
| 2 | -1 | +1 | +1 | - | - | - | -26,5 | -26,5 | 26,5 |
| 3 | +1 | -1 | +1 | - | - | - | -23,8 | 23,8 | -23,8 |
| 4 | -1 | -1 | +1 | - | - | - | 29,3 | -29,3 | -29,3 |
| 5 | +1 | +1 | -1 | - | - | - | 18,7 | -18,7 | -18,7 |
| 6 | -1 | +1 | -1 | - | - | - | -32,3 | 32,3 | -32,3 |
| 7 | +1 | -1 | -1 | - | - | - | -23,2 | -23,2 | 23,2 |
| 8 | -1 | -1 | -1 | - | - | - | 30,5 | 30,5 | 30,5 |
| Сумма ∑ | - | - | - | -7,1 | 9,1 | -3,7 |
| bi=∑/8 | - | - | - | -0,888 | 1,138 | -0,463 |
|  | b11 | b22 | b33 | b12 | b13 | b23 |

При использовании планов второго порядка в зависимости от числа факторов (k=3) расчёт коэффициентов уравнений жёсткости производится по формулам:

$$b\_{0}=0,1831\*\left[0y\right]-0,0704\*\sum\_{1}^{h}[iiy]$$

$$b\_{1}=0,1\*[iy]$$

$$b\_{ii}=-0,0704\*\left[0y\right]+0,5\*\left[iiy\right]-0,1268\*\sum\_{1}^{h}[iiy]$$

$$b\_{ij}=0,125\*\left[ijy\right]$$

Где $\left[0y\right]=\sum\_{1}^{N}y\_{u}; \left[iiy\right]=\sum\_{1}^{N}x\_{in}^{2}\*y\_{u};i\ne j; \left[iy\right]=x\_{in}\*y\_{u};$

; $\left[ijy\right]=\sum\_{1}^{N}x\_{in}\*x\_{jn}\*y\_{u}$; N – общее число опытов в плане (включая нулевые точки)

Таблица 2.3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № опыта | План | Ж =f(В/Ц; r; В) |  |
| X1 | X2 | X3 | yi= Ж | X1iyi | X2iyi | X3iyi |
| Ж | Ж\*x1 | Ж\*x2 | Ж\*x3 |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 24 | 24 | 24 | 24 |
| 2 | -1 | +1 | +1 | 36 | -36 | 36 | 36 |
| 3 | +1 | -1 | +1 | 20 | 20 | -20 | 20 |
| 4 | -1 | -1 | +1 | 33 | -33 | -33 | 33 |
| 5 | +1 | +1 | -1 | 49 | 49 | 49 | -49 |
| 6 | -1 | +1 | -1 | 60 | -60 | 60 | -60 |
| 7 | +1 | -1 | -1 | 59 | 59 | -59 | -59 |
| 8 | -1 | -1 | -1 | 57 | -57 | -57 | -57 |
| 9 | +1 | 0 | 0 | 28 | 28 | 0 | 0 |
| 10 | -1 | 0 | 0 | 37 | -37 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | +1 | 0 | 31 | 0 | 31 | 0 |
| 12 | 0 | -1 | 0 | 32 | 0 | -32 | 0 |
| 13 | 0 | 0 | +1 | 14 | 0 | 0 | 14 |
| 14 | 0 | 0 | -1 | 45 | 0 | 0 | -45 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 32 | 0 | 0 | 0 |
| 16 | 0 | 0 | 0 | 27 | 0 | 0 | 0 |
| 17 | 0 | 0 | 0 | 26 | 0 | 0 | 0 |
| Сумма ∑ | 610 | -43 | -1 | -143 |
|  | b0 | b1 | b2 | b3 |

Таблица 2.4

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № опыта | План | Ж =f(В/Ц; r; В) |
| X1 | X2 | X3 | Ж\* x1\* x1 | Ж\*x2\* x2 | Ж\*x3\* x3 | Ж\*x1\*x2\* | Ж\*x1\*x3 | Ж\*x2\*x3 |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 |
| 2 | -1 | +1 | +1 | 36 | 36 | 36 | -36 | -36 | 36 |
| 3 | +1 | -1 | +1 | 20 | 20 | 20 | -20 | 20 | -20 |
| 4 | -1 | -1 | +1 | 33 | 33 | 33 | 33 | -33 | -33 |
| 5 | +1 | +1 | -1 | 49 | 49 | 49 | 49 | -49 | -49 |
| 6 | -1 | +1 | -1 | 60 | 60 | 60 | -60 | 60 | -60 |
| 7 | +1 | -1 | -1 | 59 | 59 | 59 | -59 | -59 | 59 |
| 8 | -1 | -1 | -1 | 57 | 57 | 57 | 57 | 57 | 57 |
| 9 | +1 | 0 | 0 | 28 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | -1 | 0 | 0 | 37 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | +1 | 0 | 0 | 31 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | -1 | 0 | 0 | 32 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | 0 | 0 | +1 | 0 | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 45 | 0 | 0 | 0 |
| Сумма ∑ | 403 | 401 | 397 | -12 | -16 | 14 |
|  | b11 | b22 | b33 | b12 | b13 | b23 |

Вычисляем соответствующие суммы:

$$\left[0y\right]=610$$

$$\left[1y\right]=-43$$

$$\left[2y\right]=-1$$

$$\left[3y\right]=-143$$

$$\left[11y\right]=403$$

$$\left[22y\right]=401$$

$$\left[33y\right]=397$$

$$\sum\_{1}^{h}[iiy]=\left[11y\right]+\left[22y\right]+\left[33y\right]=1201$$

$$\left[12y\right]=-12$$

$$\left[13y\right]=-16$$

$$\left[23y\right]=14$$

Определяем коэффициенты:

$$b\_{0}=0,1831\*610-0,0704\*1201=27,141$$

$$b\_{1}=0,1\*\left(-43\right)=-4,3$$

$$b\_{2}=0,1\*\left(-1\right)=-0,1$$

$$b\_{3}=0,1\*\left(-143\right)=-14,3$$

$$b\_{11}=-0,0704\*610+0,5\*403-0,1268\*1201=6,269$$

$$b\_{22}=-0,0704\*610+0,5\*401-0,1268\*1201=5,269$$

$$b\_{33}=-0,0704\*610+0,5\*397-0,1268\*1201=3,269$$

$$b\_{12}=0,125\*\left(-12\right)=-1,5$$

$$b\_{13}=0,125\*\left(-16\right)=-2$$

$$b\_{23}=0,125\*14=1,75$$

Таблица 2.5

|  |  |
| --- | --- |
| Пара-метр | Коэффициенты уравнений |
| b0 | b1 | b2 | b3 | b11 | b22 | b33 | b12 | b13 | b23 |
| R | 25,562 | -4,088 | -1,138 | -0,613 | - | - | - | -0,888 | 1,138 | -0,463 |
| Ж | 27,141 | -4,3 | -0,1 | -14,3 | 6,269 | 5,269 | 3,269 | -1,5 | -2 | 1,75 |

Далее производим статистическую проверку значимости коэффициентов и пригодности полученных уравнений для описания исследуемых зависимостей.

Среднюю квадратическую ошибку в определении коэффициентов производим по формулам:

$$\overbar{y\_{0}}=\sum\_{1}^{n0}{y\_{0u}}/{n\_{0}}$$

$$S\_{\overbar{y\_{0}}}=S\_{0}=\sqrt{S\_{0}^{2}}=\sqrt{\sum\_{1}^{n0}{(\overbar{y\_{0}}-y\_{0u})^{2}}/{(n\_{0}-1)}}$$

$$S\_{\overbar{y\_{0}}}^{2}=S\_{0}^{2}=\sum\_{1}^{n0}{(\overbar{y\_{0}}-y\_{0u})^{2}}/{(n\_{0}-1)}$$

$$S\left\{b\_{1}\right\}={S\_{\overbar{y\_{0}}}}/{\sqrt{N\_{1}}}$$

Где $n\_{0}$ – число опытов в нулевой точке; $y\_{0u}$ – значение исследуемого свойства бетона в нулевой точке в u-том опыте.

Для R:

$$\overbar{y\_{0}}={(24,4+24,9+23,8)}/{3}=24,367$$

$$S\_{\overbar{y\_{0}}}^{2}=S\_{0}^{2}=\sum\_{1}^{n0}\left(24,367-24,4\right)^{2}+\left(24,367-24,9\right)^{2}+\left(24,367-23,8\right)^{2}/$$

$$\left(3-1\right)=0,303$$

$$S\_{\overbar{y\_{0}}}=S\_{0}=\sqrt{0,303}=0,55$$

$$S\left\{b\_{1}\right\}={0,55}/{\sqrt{8}}=0,194$$

Для Ж:

$$\overbar{y\_{0}}={(32+27+26)}/{3}=28,333$$

$$S\_{\overbar{y\_{0}}}^{2}=S\_{0}^{2}=\sum\_{1}^{n0}\left(28,333-32\right)^{2}+\left(28,333-27\right)^{2}+\left(28,333-26\right)^{2}/$$

$$\left(3-1\right)=10,333$$

$$S\_{\overbar{y\_{0}}}=S\_{0}=\sqrt{10,333}=3,214$$

$$S\left\{b\_{1}\right\}={3,214}/{\sqrt{8}}=1,136$$

Таблица 2.6

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Параметр | $$\overbar{y\_{0}}$$ | $$S\_{\overbar{y\_{0}}}^{2}=S\_{0}^{2}$$ | $$S\_{\overbar{y\_{0}}}=S\_{0}$$ | $$S\left\{b\_{1}\right\}$$ |
| R | 24,367 | 0,303 | 0,55 | 0,194 |
| Ж | 28,333 | 10,333 | 3,214 | 1,136 |

Далее определяется расчётное значение критерий Стьюдента:

$${t\_{p}\left|b\_{i}\right|}/{S}\left\{b\_{1}\right\}$$

Полученный результат должен быть больше критерия Стьюдента, который при к=3 tT = 4,3, если полученный результат меньше, то коэффициент не значим.

Проверку значимости коэффициентов начинаем с самого малого коэффициента. Расчёт для R:

$$t\_{p}\left〈b\_{23}\right〉={\left|-0,463\right|}/{0,194}=2,387<4,3$$

Значит коэффициент $b\_{23}$ не значим

$$t\_{p}\left〈b\_{3}\right〉={\left|-0,613\right|}/{0,194}=3,16<4,3$$

Значит коэффициент $b\_{3}$ не значим

$$t\_{p}\left〈b\_{12}\right〉={\left|-0,888\right|}/{0,194}=4,577>4,3$$

Значит коэффициент $b\_{12}$ значим и остальные коэффициенты также значимы.

Для жёсткости рассчитываем $S\left\{b\_{i}\right\}$

$$S^{2}\left\{b\_{0}\right\}=0,1831\*S\_{\overbar{y\_{0}}}^{2}=0,1831\*10,333=1,892$$

$$S\left\{b\_{0}\right\}=0,4279\*S\_{\overbar{y\_{0}}}=0,4279\*3,214=1,375$$

$$S^{2}\left\{b\_{i}\right\}=0,1\*S\_{\overbar{y\_{0}}}^{2}=0,1\*10,333=1,033$$

$$S\left\{b\_{i}\right\}=0,3162\*S\_{\overbar{y\_{0}}}=0,3162\*3,214=1,016$$

$$S^{2}\left\{b\_{ii}\right\}=0,3732\*S\_{\overbar{y\_{0}}}^{2}=0,3732\*10,333=3,856$$

$$S\left\{b\_{ii}\right\}=0,6109\*S\_{\overbar{y\_{0}}}=0,6109\*3,214=1,963$$

$$S^{2}\left\{b\_{ij}\right\}=0,125\*S\_{\overbar{y\_{0}}}^{2}=0,125\*10,333=1,292$$

$$S\left\{b\_{ij}\right\}=0,3536\*S\_{\overbar{y\_{0}}}=0,3536\*3,214=1,136$$

Определяем значимость коэффициентов, при f=16 tT =2,12:

$$t\_{p}\left〈b\_{0}\right〉={\left|27,141\right|}/{1,375=19,74}>2,12$$

Значит коэффициент $b\_{0}$ значим

$$t\_{p}\left〈b\_{2}\right〉={\left|-0,1\right|}/{1,016=0,098<2,12}$$

Значит коэффициент $b\_{2}$ не значим

$$t\_{p}\left〈b\_{1}\right〉={\left|-4,3\right|}/{1,016=4,232>2,12}$$

Значит коэффициент $b\_{1}$ значим и коэффициент $b\_{3}$ также значим

$$t\_{p}\left〈b\_{33}\right〉={\left|3,269\right|}/{1,963=1,665>2,12}$$

Значит коэффициент $b\_{33}$ не значим

$$t\_{p}\left〈b\_{22}\right〉={\left|5,269\right|}/{1,963=2,684>2,12}$$

Значит коэффициент $b\_{22}$ значим и коэффициент $b\_{11}$ также значим

$$t\_{p}\left〈b\_{12}\right〉={\left|-1,5\right|}/{1,136=1,32<2,12}$$

Значит коэффициент $b\_{12}$ – не значим

$$t\_{p}\left〈b\_{23}\right〉={\left|1,75\right|}/{1,136=1,54<2,12}$$

Значит коэффициент $b\_{23}$ – не значим

$$t\_{p}\left〈b\_{13}\right〉={\left|-2\right|}/{1,136=1,761<2,12}$$

Значит коэффициент $b\_{13}$ – не значим.

Уточненные коэффициенты представлены в таблице 2.7.

|  |  |
| --- | --- |
| Пара-метр | Коэффициенты уравнений |
| b0 | b1 | b2 | b3 | b11 | b22 | b33 | b12 | b13 | b23 |
| R | 25,56 | -4,09 | -1,14 | 0 | - | - | - | -0,89 | 1,14 | 0 |
| Ж | 27,14 | -4,3 | 0 | -14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 | 0 | 0 | 0 |

В результате проведённого эксперимента и расчётов уравнения прочности и жёсткости имеют следующий вид:

$$y\_{R}=25,56-4,09x\_{1}-1,14x\_{2}-0,89x\_{1}x\_{2}+1,14x\_{1}x\_{3}$$

$$y\_{Ж}=27,14-4,3x\_{1}-14,3x\_{3}+6,27x\_{1}^{2}+5,27x\_{2}^{2}$$

Далее производится проверка пригодности уточненных уравнений. Для проверки пригодности полученного уточненного уравнения вычисляется дисперсия адекватности (или остаточная дисперсия) по формуле:

$$S\_{ад}^{2}=\frac{\sum\_{1}^{N1}(y\_{u}-\hat{y\_{u}})^{2}}{N\_{1}-m}$$

Где $y\_{u}$ – значение исследуемого свойства бетона в u-том опыте; $\hat{y\_{u}}$ – то же, но вычисленное по уточнённому уравнению; m – число значимых коэффициентов, включая $b\_{0}$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | X0 | X1 | X2 | X3 | X1 X2 | X1 X3 | X2 X3 | $$\hat{y}$$ | $$\overbar{y}$$ | $$\left|∆\right|$$ | $$\left|∆\right|^{2}$$ |
| 1 | 25,56 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 20,58 | 20,2 | 0,38 | 0,144 |
| -4,09 | -1,14 | 0 | -0,89 | 1,14 | 0 |
| 2 | 25,56 | -1 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 | 28,26 | 26,5 |  1,76 |  3,098 |
| 4,09 | -1,14 | 0 | 0,89 | -1,14 | 0 |
| 3 | 25,56 | +1 | -1 | +1 | -1 | +1 | -1 | 24,64 | 23,8 |  0,84 |  0,706 |
| -4,09 | 1,14 | 0 | 0,89 | 1,14 | 0 |
| 4 | 25,56 | -1 | -1 | +1 | +1 | -1 | -1 | 28,76 | 29,3 |  0,54 |  0,292 |
| 4,09 | 1,14 | 0 | -0,89 | -1,14 | 0 |
| 5 | 25,56 | +1 | +1 | -1 | +1 | -1 | -1 | 18,3 | 18,7 |  0,4 |  0,160 |
| -4,09 | -1,14 | 0 | -0,89 | -1,14 | 0 |
| 6 | 25,56 | -1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | 30,54 | 32,3 |  1,76 |  3,098 |
| 4,09 | -1,14 | 0 | 0,89 | 1,14 | 0 |
| 7 | 25,56 | +1 | -1 | -1 | -1 | -1 | +1 | 22,36 | 23,2 |  0,84 |  0,706 |
| -4,09 | 1,14 | 0 | 0,89 | -1,14 | 0 |
| 8 | 25,56 | -1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | 31,04 | 30,5 |  0,54 |  0,292 |
| 4,09 | 1,14 | 0 | -0,89 | 1,14 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | ∑$\left|∆\right|^{2}=$ | 8,494 |

Дисперсия адекватности для R:

$$S\_{ад}^{2}=\frac{8,494}{8-5}=2,831$$

Определяется расчётное значение коэффициента Фишера по формуле:

$$F\_{p}={S\_{ад}^{2}}/{S\_{\overbar{y\_{0}}}^{2}}={2,831}/{0,303}=9,343$$

При $f\_{ад}=N\_{1}-m=8-5=3$ и $f\_{t}=n\_{0}-1=3-1=2$ полученная величина должна быть меньше 19,3:

$$2,831<19,3$$

Следовательно, уравнение прочности пригодно для описания исходной зависимости в исследованных пределах изменения факторов.

Далее производится проверка пригодности уточненного уравнения жёсткости:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | X0 | X1 | X2 | X3 | X1 X1 | X2 X2 | X3 X3 | $$\hat{y}$$ | $$\overbar{y}$$ | $$\left|∆\right|$$ | $$\left|∆\right|^{2}$$ |
| 1 | 27,14 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 20,08 | 24 | 3,92 | 15,37 |
| -4,3 | 0 | -14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 2 | 27,14 | -1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 28,68 | 36 | 7,32 | 53,58 |
| 4,3 | 0 | -14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 3 | 27,14 | +1 | -1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 20,08 | 20 | 0,08 | 0,01 |
| -4,3 | 0 | -14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 4 | 27,14 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 28,68 | 33 | 4,32 | 18,66 |
| 4,3 | 0 | -14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 5 | 27,14 | +1 | +1 | -1 | +1 | +1 | +1 | 48,68 | 49 | 0,32 | 0,10 |
| -4,3 | 0 | 14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 6 | 27,14 | -1 | +1 | -1 | +1 | +1 | +1 | 57,28 | 60 | 2,72 | 7,40 |
| 4,3 | 0 | 14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 7 | 27,14 | +1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | 48,68 | 59 | 10,32 | 106,50 |
| -4,3 | 0 | 14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 8 | 27,14 | -1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | 57,28 | 57 | 0,28 | 0,08 |
| 4,3 | 0 | 14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | ∑$\left|∆\right|^{2}=$ | 201,7 |

Дисперсия адекватности для Ж:

$$S\_{ад}^{2}=\frac{201,7}{8-5}=67,23$$

Определяется расчётное значение коэффициента Фишера по формуле:

$$F\_{p}={S\_{ад}^{2}}/{S\_{\overbar{y\_{0}}}^{2}}={67,23}/{10,33}=6,51$$

При $f\_{ад}=N\_{1}-m=8-5=3$ и $f\_{t}=n\_{0}-1=3-1=2$ полученная величина должна быть меньше 19,3:

$$6,51<19,3$$

Следовательно, уравнение жёсткости пригодно для описания исходной зависимости в исследованных пределах изменения факторов.

$$y\_{R}=25,56-4,09x\_{1}-1,14x\_{2}-0,89x\_{1}x\_{2}+1,14x\_{1}x\_{3}$$

$$y\_{Ж}=27,14-4,3x\_{1}-14,3x\_{3}+6,27x\_{1}^{2}+5,27x\_{2}^{2}$$

Переходим к решению задачи необходимо подобрать составы при котором R = 20 Мпа и R = 25 Мпа и Ж более 30 с.

Для расчёта примем что x2 = 1 (r=0,55), тогда уравнение жёсткости примет вид:

$$y\_{Ж}=27,14-4,3x\_{1}-14,3x\_{3}+6,27x\_{1}^{2}+5,27\*(1)^{2}$$

$$y\_{Ж}=32,41-4,3x\_{1}-14,3x\_{3}+6,27x\_{1}^{2}$$

1) при $x\_{1}$ = -1

$$y\_{Ж}=32,41-4,3\*\left(-1\right)-14,3x\_{3}+6,27\*(-1)^{2}$$

$$y\_{Ж}=42,98-14,3x\_{3}$$

Подставляем $y\_{Ж}$ = 30:

$$42,98-14,3x\_{3}=30$$

$$x\_{3}<0,908$$

Таким образом $x\_{3}$ находится в промежутке [-1..0,908), в натуральных величинах:

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+\left(-1\right)\*10=170 л$$

$$В=180+0,908\*10=189,08 л$$

Таким образом В находится в промежутках [170.. 189,08 л)

2) при $x\_{1}$ = 0:

$$y\_{Ж}=32,41-4,3\*0-14,3x\_{3}+6,27\*0^{2}$$

$$y\_{Ж}=32,41-14,3x\_{3}$$

Подставляем $y\_{Ж}$ = 30:

$$32,41-14,3x\_{3}=30$$

$$x\_{3}<0,169$$

Таким образом $x\_{3}$ находится в промежутке [-1..0,169), в натуральных величинах:

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+\left(-1\right)\*10=170 л$$

$$В=180+0,169\*10=181,69 л$$

Таким образом В находится в промежутках [170.. 181,69 л)

3) при $x\_{1}$ = 1:

$$y\_{Ж}=32,41-4,3\*1-14,3x\_{3}+6,27\*1^{2}$$

$$y\_{Ж}=34,38-14,3x\_{3}$$

Подставляем $y\_{Ж}$ = 30:

$$34,38-14,3x\_{3}=30$$

$$x\_{3}<0,306$$

Таким образом $x\_{3}$ находится в промежутке [-1..0,306), в натуральных величинах:

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+\left(-1\right)\*10=170 л$$

$$В=180+0,306\*10=183,06 л$$



Далее определяем расходы компонентов, при которых прочность бетона была бы R=20 Мпа при такой же величине x2 = 1 (r=0,55), тогда уравнение прочности примет вид:

$$y\_{R}=25,56-4,09x\_{1}-1,14\*1-0,89x\_{1}\*1+1,14x\_{1}x\_{3}$$

$$y\_{R}=24,42-4,98x\_{1}+1,14x\_{1}x\_{3}$$

1) при $x\_{1}$ = -1:

$$y\_{R}=24,42-4,98\*\left(-1\right)+1,14\*\left(-1\right)\*x\_{3}$$

$$y\_{R}=29,4-1,14x\_{3}$$

Подставляем $y\_{R}$ = 20 МПа

$$29,4-1,14x\_{3}=20$$

$$x\_{3}=8,246$$

Полученный результат не входит в промежуток, поэтому при $x\_{1}$ = -1 нельзя получить бетона с прочностью 20 Мпа.

2) при $x\_{1}$ = 0

$$y\_{R}=24,42-4,98\*0+1,14\*0\*x\_{3}$$

$$y\_{R}=24,42$$

Полученный результат больше 20 Мпа, значит при $x\_{1}$ = 0 нельзя получить бетона с прочностью 20 Мпа.

3) при $x\_{1}=0,8$

$$y\_{R}=24,42-4,98\*0,8+1,14\*0,8\*x\_{3}$$

$$y\_{R}=20,436+0,912x\_{3}$$

Подставляем $y\_{R}$ = 20 МПа

$$20,436+0,912x\_{3}=20$$

$$x\_{3}=-0,478$$

В натуральных величинах:

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+\left(-0,478\right)\*10=175,22 л$$

$$В/Ц=x\_{0}+x\_{1}\*∆x$$

$${В}/{Ц}=0,55+0,8\*0,05=0,59$$

4) при $x\_{1}=1$

$$y\_{R}=24,42-4,98\*1+1,14\*1\*x\_{3}$$

$$y\_{R}=19,44+1,14x\_{3}$$

Подставляем $y\_{R}$ = 20 МПа

$$19,44+1,14x\_{3}=20$$

$$x\_{3}=0,491$$

В натуральных величинах:

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+0,491\*10=184,91 л$$



Согласно графику бетон с R = 20 Мпа и Ж >30 сек имеет следующий состав: ${В}/{Ц}$ = 0,59; $В$ = 175,22 л; r=0,55.

Далее определяем состав при котором бетон имеет R = 25 Мпа, при такой же величине x2 = 1 (r=0,55), тогда уравнение прочности примет вид:

$$y\_{R}=25,56-4,09x\_{1}-1,14\*1-0,89x\_{1}\*1+1,14x\_{1}x\_{3}$$

$$y\_{R}=24,42-4,98x\_{1}+1,14x\_{1}x\_{3}$$

1) при $x\_{1}$ = -1:

$$y\_{R}=24,42-4,98\*\left(-1\right)+1,14\*\left(-1\right)\*x\_{3}$$

$$y\_{R}=29,4-1,14x\_{3}$$

Подставляем $y\_{R}$ = 25 МПа

$$29,4-1,14x\_{3}=25$$

$$x\_{3}=3,86$$

Полученный результат не входит в промежуток, поэтому при $x\_{1}$ = -1 нельзя получить бетона с прочностью 25 Мпа.

2) при $x\_{1}$ = -0,15:

$$y\_{R}=24,42-4,98\*(-0,15)+1,14\*(-0,15)\*x\_{3}$$

$$y\_{R}=25,167-0,171x\_{3}$$

$$25,167-0,171x\_{3}=25$$

$$x\_{3}=0,977$$

В натуральных величинах:

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+0,977\*10=189,77 л$$

$$В/Ц=x\_{0}+x\_{1}\*∆x$$

$${В}/{Ц}=0,55+\left(-0,15\right)\*0,05=0,543$$

3) при $x\_{1}$ = -0,1

$$y\_{R}=24,42-4,98\*(-0,1)+1,14\*(-0,1)\*x\_{3}$$

$$y\_{R}=24,918-0,114x\_{3}$$

Подставляем $y\_{R}$ = 25 МПа

$$24,918-0,114x\_{3}=25$$

$$x\_{3}=-0,719$$

В натуральных величинах:

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+\left(-0,719\right)\*10=172,81 л$$

$$В/Ц=x\_{0}+x\_{1}\*∆x$$

$${В}/{Ц}=0,55+\left(-0,1\right)\*0,05=0,545$$



Согласно графику бетон с R = 25 Мпа и Ж >30 сек имеет следующий состав: ${В}/{Ц}$ = 0,545; $В$ = 172,81 л; r = 0,55.

Далее определяем расходы компонентов при минимальном и максимальном значении жёсткости при такой же величине x2 = 1 (r=0,55),

Построим кривые при Ж = 20 с и Ж = 50 с.

$$y\_{Ж}=27,14-4,3x\_{1}-14,3x\_{3}+6,27x\_{1}^{2}+5,27\*(1)^{2}$$

1) При x1 = -1:

$$y\_{Ж}=32,41-4,3x\_{1}-14,3x\_{3}+6,27x\_{1}^{2}$$

$$y\_{Ж}=32,41-4,3\*(-1)-14,3x\_{3}+6,27(-1)^{2}$$

$$y\_{Ж}=42,98-14,3x\_{3}$$

Подставляем $y\_{Ж}$ = 20 с:

$$42,98-14,3x\_{3}=20$$

$$x\_{3}=1,607$$

Подставляем $y\_{Ж}$ = 50 с:

$$42,98-14,3x\_{3}=50$$

$$x\_{3}=-0,491$$

Полученный результат для Ж=20 с не входит в промежуток, поэтому при $x\_{1}$ = -1 нельзя получить бетона с жёсткостью 20 с.

для Ж=50 с в натуральных величинах:

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+\left(-0,491\right)\*10=175,09 л$$

2) При x1 = -0,5:

$$y\_{Ж}=32,41-4,3\*(-0,5)-14,3x\_{3}+6,27(-0,5)^{2}$$

$$y\_{Ж}=36,13-14,3x\_{3}$$

Подставляем $y\_{Ж}$ = 50 с

$$36,13-14,3x\_{3}=50$$

$$x\_{3}=-0,97$$

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+\left(-0,97\right)\*10=170,3 л$$

$${В}/{Ц}=0,55+\left(-0,5\right)\*0,05=0,525$$

3) при x1 = 0:

$$y\_{Ж}=32,41-4,3x\_{1}-14,3x\_{3}+6,27x\_{1}^{2}$$

$$y\_{Ж}=32,41-4,3\*0-14,3x\_{3}+6,27\*0^{2}$$

$$y\_{Ж}=32,41-14,3x\_{3}$$

Подставляем $y\_{Ж}$ = 20 с:

$$32,41-14,3x\_{3}=20$$

$$x\_{3}=0,868$$

Подставляем $y\_{Ж}$ = 50 с:

$$32,41-14,3x\_{3}=50$$

$$x\_{3}=1,23$$

В натуральных величинах:

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+0,868\*10=188,68 л$$

4) при x1 = 0,8:

$$y\_{Ж}=32,41-4,3\*0,8-14,3x\_{3}+6,27\*0,8^{2}$$

$$y\_{Ж}=32,98-14,3x\_{3}$$

Подставляем $y\_{Ж}$ = 20 с:

$$32,98-14,3x\_{3}=20$$

$$x\_{3}=0,907$$

В натуральных величинах:

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+0,907\*10=189,07 л$$

$${В}/{Ц}=0,55+0,8\*0,05=0,59$$

Далее построим кривую при R = 30 Мпа при такой же величине x2 = 1 (r=0,55) при такой же величине x2 = 1 (r=0,55), тогда уравнение прочности примет вид:

$$y\_{R}=25,56-4,09x\_{1}-1,14\*1-0,89x\_{1}\*1+1,14x\_{1}x\_{3}$$

$$y\_{R}=24,42-4,98x\_{1}+1,14x\_{1}x\_{3}$$

1) при $x\_{1}$ = -1:

$$y\_{R}=24,42-4,98\*\left(-1\right)+1,14\*\left(-1\right)\*x\_{3}$$

$$y\_{R}=29,4-1,14x\_{3}$$

Подставляем $y\_{R}$ = 30 МПа

$$29,4-1,14x\_{3}=30$$

$$x\_{3}=-0,526$$

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+\left(-0,526\right)\*10=174,74 л$$

2) при $x\_{1}$ = -0,95:

$$y\_{R}=24,42-4,98\*\left(-0,95\right)+1,14\*\left(-0,95\right)\*x\_{3}$$

$$y\_{R}=29,15-1,08x\_{3}$$

Подставляем $y\_{R}$ = 30 МПа

$$29,15-1,08x\_{3}=30$$

$$x\_{3}=-0,787$$

$$В=x\_{0}+x\_{3}\*∆x$$

$$В=180+\left(-0,787\right)\*10=172,13 л$$

$${В}/{Ц}=0,55+\left(-0,95\right)\*0,05=0,503$$



Далее определим состав бетона на 1 м3 для трех вариантов содержания песка плотностью бетона 2410 кг/м3. x3 = 0 (В=180 л). R Примем равное 25 Мпа.

$$y\_{R}=25,56-4,09x\_{1}-1,14x\_{2}-0,89x\_{1}x\_{2}+1,14x\_{1}\*0$$

$$y\_{R}=25,56-4,09x\_{1}-1,14x\_{2}-0,89x\_{1}x\_{2}$$

1) при x2 = -1:

$$y\_{R}=25,56-4,09x\_{1}-1,14\*\left(-1\right)-0,89x\_{1}\*(-1)$$

$$y\_{R}=26,7-3,2x\_{1}$$

$$26,7-3,2x\_{1}=25$$

$$x\_{1}=0,531$$

В натуральных величинах:

$${В}/{Ц}=x\_{0}+x\_{1}\*∆x$$

$${В}/{Ц}=0,55+0,531\*0,05=0,577$$

2) при x2 = 0:

$$y\_{R}=25,56-4,09x\_{1}-1,14\*0-0,89x\_{1}\*0$$

$$y\_{R}=25,56-4,09x\_{1}$$

$$25,56-4,09x\_{1}=25$$

$$x\_{1}=0,137$$

В натуральных величинах:

$${В}/{Ц}=x\_{0}+x\_{1}\*∆x$$

$${В}/{Ц}=0,55+0,137\*0,05=0,557$$

3) при x2 = 1:

$$y\_{R}=25,56-4,09x\_{1}-1,14\*1-0,89x\_{1}\*1$$

$$y\_{R}=24,42-4,98x\_{1}$$

$$24,42-4,98x\_{1}=25$$

$$x\_{1}=-0,116$$

В натуральных величинах:

$${В}/{Ц}=x\_{0}+x\_{1}\*∆x$$

$${В}/{Ц}=0,55+\left(-0,116\right)\*0,05=0,544$$

Для 1 варианта: В=180 л; В/Ц = 0,577; r = 0,45. Отсюда расход компонентов:

$$Ц=\frac{В}{{В}/{Ц}}=\frac{180}{0,577}=312 кг$$

$$r=\frac{П}{П+Щ}$$

$$П=\frac{rЩ}{1-r}=\frac{0,45Щ}{0,55}=0,818Щ$$

$$Ц+П+Щ=2410$$

$$312+0,818Щ+Щ=2410$$

$$Щ=1154 кг$$

$$П=0,818\*1154=944 кг$$

Расходы для варианта 2: В=180 л; В/Ц = 0,557; r = 0,5.

Отсюда расход компонентов:

$$Ц=\frac{В}{{В}/{Ц}}=\frac{180}{0,557}=323 кг$$

$$r=\frac{П}{П+Щ}$$

$$П=\frac{rЩ}{1-r}=\frac{0,5Щ}{0,5}=Щ$$

$$Ц+П+Щ=2410$$

$$323+Щ+Щ=2410$$

$$Щ=1044 кг$$

$$П=1044 кг$$

Расходы для варианта 3: В=180 л; В/Ц = 0,544; r = 0,55.

Отсюда расход компонентов:

$$Ц=\frac{В}{{В}/{Ц}}=\frac{180}{0,544}=331 кг$$

$$r=\frac{П}{П+Щ}$$

$$П=\frac{rЩ}{1-r}=\frac{0,55Щ}{0,45}=1,222Щ$$

$$Ц+П+Щ=2410$$

$$331+1,222Щ+Щ=2410$$

$$Щ=936 кг$$

$$П=1,222\*936=1144 кг$$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Компонент | 1 вариант | 2 вариант | 3 вариант |
| Цемент, кг | 312 | 323 | 331 |
| Вода, л | 180 | 180 | 180 |
| Песок, кг | 944 | 1044 | 1144 |
| Щебень, кг | 1154 | 1044 | 936 |