**1 Исходные данные**

Таблица 1.1 – Матрица планирования

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | | План эксперимента | | | Экспериментальные данные по определению | |
| Для прочности | Для жёсткости | X1 | X2 | X3 | Прочности, Мпа | Жёсткости, с |
| 1 | 1 | +1 | +1 | +1 | 20,2 | 24 |
| 2 | 2 | -1 | +1 | +1 | 26,5 | 36 |
| 3 | 3 | +1 | -1 | +1 | 23,8 | 20 |
| 4 | 4 | -1 | -1 | +1 | 29,3 | 33 |
| 5 | 5 | +1 | +1 | -1 | 18,7 | 49 |
| 6 | 6 | -1 | +1 | -1 | 32,3 | 60 |
| 7 | 7 | +1 | -1 | -1 | 23,2 | 59 |
| 8 | 8 | -1 | -1 | -1 | 30,5 | 57 |
| - | 9 | +1 | 0 | 0 | - | 28 |
| - | 10 | -1 | 0 | 0 | - | 37 |
| - | 11 | 0 | +1 | 0 | - | 31 |
| - | 12 | 0 | -1 | 0 | - | 32 |
| - | 13 | 0 | 0 | +1 | - | 14 |
| - | 14 | 0 | 0 | -1 | - | 45 |
| 9 | 15 | 0 | 0 | 0 | 24,4 | 32 |
| 10 | 16 | 0 | 0 | 0 | 24,9 | 27 |
| 11 | 17 | 0 | 0 | 0 | 23,8 | 26 |

Таблица 1.2 – Основные характеристики плана эксперимента

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Характеристика | В/Ц смеси | Доля песка в смеси заполнителей r | Водосодержание смеси В, л/м3 |
| Основной уровень | 0,55 | 0,5 | 180 |
| Интервал варьирования | 0,05 | 0,05 | 10 |
| Верхний уровень | 0,6 | 0,55 | 190 |
| Нижний уровень | 0,5 | 0,45 | 170 |

**2 Обработка результатов**

Для определения коэффициентов регрессии используются следующие формулы:

Где – значение исследуемого свойства бетона в u-том опыте; – значение i-того фактора в u-том опыт; – значение j-того фактора в u-том опыте (i≠j); – число опытов в плане, за исключением опытов в нулевых точках (для к=3 = 8)

Таблица 2.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | План | | | R =f(В/Ц; r; В) | | |  |
| X1 | X2 | X3 | yi= R | X1iyi | X2iyi | X3iyi |
| R | R\*x1 | R\*x2 | R\*x3 |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 20,2 | 20,2 | 20,2 | 20,2 |
| 2 | -1 | +1 | +1 | 26,5 | -26,5 | 26,5 | 26,5 |
| 3 | +1 | -1 | +1 | 23,8 | 23,8 | -23,8 | 23,8 |
| 4 | -1 | -1 | +1 | 29,3 | -29,3 | -29,3 | 29,3 |
| 5 | +1 | +1 | -1 | 18,7 | 18,7 | 18,7 | -18,7 |
| 6 | -1 | +1 | -1 | 32,3 | -32,3 | 32,3 | -32,3 |
| 7 | +1 | -1 | -1 | 23,2 | 23,2 | -23,2 | -23,2 |
| 8 | -1 | -1 | -1 | 30,5 | -30,5 | -30,5 | -30,5 |
| Сумма ∑ | | | | 204,5 | -32,7 | -9,1 | -4,9 |
| bi=∑/8 | | | | 25,562 | -4,088 | -1,138 | -0,613 |
|  | | | | b0 | b1 | b2 | b3 |

Таблица 2.2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | План | | | R =f(В/Ц; r; В) | | | | | |
| X1 | X2 | X3 | R\* x1\* x1 | R\*x2\* x2 | R\*x3\* x3 | R\*x1\*  x2\* | R\*x1\*  x3 | R\*x2\*  x3 |
| 1 | +1 | +1 | +1 | - | - | - | 20,2 | 20,2 | 20,2 |
| 2 | -1 | +1 | +1 | - | - | - | -26,5 | -26,5 | 26,5 |
| 3 | +1 | -1 | +1 | - | - | - | -23,8 | 23,8 | -23,8 |
| 4 | -1 | -1 | +1 | - | - | - | 29,3 | -29,3 | -29,3 |
| 5 | +1 | +1 | -1 | - | - | - | 18,7 | -18,7 | -18,7 |
| 6 | -1 | +1 | -1 | - | - | - | -32,3 | 32,3 | -32,3 |
| 7 | +1 | -1 | -1 | - | - | - | -23,2 | -23,2 | 23,2 |
| 8 | -1 | -1 | -1 | - | - | - | 30,5 | 30,5 | 30,5 |
| Сумма ∑ | | | | - | - | - | -7,1 | 9,1 | -3,7 |
| bi=∑/8 | | | | - | - | - | -0,888 | 1,138 | -0,463 |
|  | | | | b11 | b22 | b33 | b12 | b13 | b23 |

При использовании планов второго порядка в зависимости от числа факторов (k=3) расчёт коэффициентов уравнений жёсткости производится по формулам:

Где

; ; N – общее число опытов в плане (включая нулевые точки)

Таблица 2.3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | План | | | Ж =f(В/Ц; r; В) | | |  |
| X1 | X2 | X3 | yi= Ж | X1iyi | X2iyi | X3iyi |
| Ж | Ж\*x1 | Ж\*x2 | Ж\*x3 |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 24 | 24 | 24 | 24 |
| 2 | -1 | +1 | +1 | 36 | -36 | 36 | 36 |
| 3 | +1 | -1 | +1 | 20 | 20 | -20 | 20 |
| 4 | -1 | -1 | +1 | 33 | -33 | -33 | 33 |
| 5 | +1 | +1 | -1 | 49 | 49 | 49 | -49 |
| 6 | -1 | +1 | -1 | 60 | -60 | 60 | -60 |
| 7 | +1 | -1 | -1 | 59 | 59 | -59 | -59 |
| 8 | -1 | -1 | -1 | 57 | -57 | -57 | -57 |
| 9 | +1 | 0 | 0 | 28 | 28 | 0 | 0 |
| 10 | -1 | 0 | 0 | 37 | -37 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | +1 | 0 | 31 | 0 | 31 | 0 |
| 12 | 0 | -1 | 0 | 32 | 0 | -32 | 0 |
| 13 | 0 | 0 | +1 | 14 | 0 | 0 | 14 |
| 14 | 0 | 0 | -1 | 45 | 0 | 0 | -45 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 32 | 0 | 0 | 0 |
| 16 | 0 | 0 | 0 | 27 | 0 | 0 | 0 |
| 17 | 0 | 0 | 0 | 26 | 0 | 0 | 0 |
| Сумма ∑ | | | | 610 | -43 | -1 | -143 |
|  | | | | b0 | b1 | b2 | b3 |

Таблица 2.4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | План | | | Ж =f(В/Ц; r; В) | | | | | |
| X1 | X2 | X3 | Ж\* x1\* x1 | Ж\*x2\* x2 | Ж\*x3\* x3 | Ж\*x1\*  x2\* | Ж\*x1\*  x3 | Ж\*x2\*  x3 |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 |
| 2 | -1 | +1 | +1 | 36 | 36 | 36 | -36 | -36 | 36 |
| 3 | +1 | -1 | +1 | 20 | 20 | 20 | -20 | 20 | -20 |
| 4 | -1 | -1 | +1 | 33 | 33 | 33 | 33 | -33 | -33 |
| 5 | +1 | +1 | -1 | 49 | 49 | 49 | 49 | -49 | -49 |
| 6 | -1 | +1 | -1 | 60 | 60 | 60 | -60 | 60 | -60 |
| 7 | +1 | -1 | -1 | 59 | 59 | 59 | -59 | -59 | 59 |
| 8 | -1 | -1 | -1 | 57 | 57 | 57 | 57 | 57 | 57 |
| 9 | +1 | 0 | 0 | 28 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | -1 | 0 | 0 | 37 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | +1 | 0 | 0 | 31 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | -1 | 0 | 0 | 32 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | 0 | 0 | +1 | 0 | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 45 | 0 | 0 | 0 |
| Сумма ∑ | | | | 403 | 401 | 397 | -12 | -16 | 14 |
|  | | | | b11 | b22 | b33 | b12 | b13 | b23 |

Вычисляем соответствующие суммы:

Определяем коэффициенты:

Таблица 2.5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пара-метр | Коэффициенты уравнений | | | | | | | | | |
| b0 | b1 | b2 | b3 | b11 | b22 | b33 | b12 | b13 | b23 |
| R | 25,562 | -4,088 | -1,138 | -0,613 | - | - | - | -0,888 | 1,138 | -0,463 |
| Ж | 27,141 | -4,3 | -0,1 | -14,3 | 6,269 | 5,269 | 3,269 | -1,5 | -2 | 1,75 |

Далее производим статистическую проверку значимости коэффициентов и пригодности полученных уравнений для описания исследуемых зависимостей.

Среднюю квадратическую ошибку в определении коэффициентов производим по формулам:

Где – число опытов в нулевой точке; – значение исследуемого свойства бетона в нулевой точке в u-том опыте.

Для R:

Для Ж:

Таблица 2.6

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Параметр |  |  |  |  |
| R | 24,367 | 0,303 | 0,55 | 0,194 |
| Ж | 28,333 | 10,333 | 3,214 | 1,136 |

Далее определяется расчётное значение критерий Стьюдента:

Полученный результат должен быть больше критерия Стьюдента, который при к=3 tT = 4,3, если полученный результат меньше, то коэффициент не значим.

Проверку значимости коэффициентов начинаем с самого малого коэффициента. Расчёт для R:

Значит коэффициент не значим

Значит коэффициент не значим

Значит коэффициент значим и остальные коэффициенты также значимы.

Для жёсткости рассчитываем

Определяем значимость коэффициентов, при f=16 tT =2,12:

Значит коэффициент значим

Значит коэффициент не значим

Значит коэффициент значим и коэффициент также значим

Значит коэффициент не значим

Значит коэффициент значим и коэффициент также значим

Значит коэффициент – не значим

Значит коэффициент – не значим

Значит коэффициент – не значим.

Уточненные коэффициенты представлены в таблице 2.7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пара-метр | Коэффициенты уравнений | | | | | | | | | |
| b0 | b1 | b2 | b3 | b11 | b22 | b33 | b12 | b13 | b23 |
| R | 25,56 | -4,09 | -1,14 | 0 | - | - | - | -0,89 | 1,14 | 0 |
| Ж | 27,14 | -4,3 | 0 | -14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 | 0 | 0 | 0 |

В результате проведённого эксперимента и расчётов уравнения прочности и жёсткости имеют следующий вид:

Далее производится проверка пригодности уточненных уравнений. Для проверки пригодности полученного уточненного уравнения вычисляется дисперсия адекватности (или остаточная дисперсия) по формуле:

Где – значение исследуемого свойства бетона в u-том опыте; – то же, но вычисленное по уточнённому уравнению; m – число значимых коэффициентов, включая

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | X0 | X1 | X2 | X3 | X1 X2 | X1 X3 | X2 X3 |  |  |  |  |
| 1 | 25,56 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 20,58 | 20,2 | 0,38 | 0,144 |
| -4,09 | -1,14 | 0 | -0,89 | 1,14 | 0 |
| 2 | 25,56 | -1 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 | 28,26 | 26,5 | 1,76 | 3,098 |
| 4,09 | -1,14 | 0 | 0,89 | -1,14 | 0 |
| 3 | 25,56 | +1 | -1 | +1 | -1 | +1 | -1 | 24,64 | 23,8 | 0,84 | 0,706 |
| -4,09 | 1,14 | 0 | 0,89 | 1,14 | 0 |
| 4 | 25,56 | -1 | -1 | +1 | +1 | -1 | -1 | 28,76 | 29,3 | 0,54 | 0,292 |
| 4,09 | 1,14 | 0 | -0,89 | -1,14 | 0 |
| 5 | 25,56 | +1 | +1 | -1 | +1 | -1 | -1 | 18,3 | 18,7 | 0,4 | 0,160 |
| -4,09 | -1,14 | 0 | -0,89 | -1,14 | 0 |
| 6 | 25,56 | -1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | 30,54 | 32,3 | 1,76 | 3,098 |
| 4,09 | -1,14 | 0 | 0,89 | 1,14 | 0 |
| 7 | 25,56 | +1 | -1 | -1 | -1 | -1 | +1 | 22,36 | 23,2 | 0,84 | 0,706 |
| -4,09 | 1,14 | 0 | 0,89 | -1,14 | 0 |
| 8 | 25,56 | -1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | 31,04 | 30,5 | 0,54 | 0,292 |
| 4,09 | 1,14 | 0 | -0,89 | 1,14 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | ∑ | | 8,494 |

Дисперсия адекватности для R:

Определяется расчётное значение коэффициента Фишера по формуле:

При и полученная величина должна быть меньше 19,3:

Следовательно, уравнение прочности пригодно для описания исходной зависимости в исследованных пределах изменения факторов.

Далее производится проверка пригодности уточненного уравнения жёсткости:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | X0 | X1 | X2 | X3 | X1 X1 | X2 X2 | X3 X3 |  |  |  |  |
| 1 | 27,14 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 20,08 | 24 | 3,92 | 15,37 |
| -4,3 | 0 | -14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 2 | 27,14 | -1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 28,68 | 36 | 7,32 | 53,58 |
| 4,3 | 0 | -14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 3 | 27,14 | +1 | -1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 20,08 | 20 | 0,08 | 0,01 |
| -4,3 | 0 | -14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 4 | 27,14 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 28,68 | 33 | 4,32 | 18,66 |
| 4,3 | 0 | -14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 5 | 27,14 | +1 | +1 | -1 | +1 | +1 | +1 | 48,68 | 49 | 0,32 | 0,10 |
| -4,3 | 0 | 14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 6 | 27,14 | -1 | +1 | -1 | +1 | +1 | +1 | 57,28 | 60 | 2,72 | 7,40 |
| 4,3 | 0 | 14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 7 | 27,14 | +1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | 48,68 | 59 | 10,32 | 106,50 |
| -4,3 | 0 | 14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
| 8 | 27,14 | -1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | 57,28 | 57 | 0,28 | 0,08 |
| 4,3 | 0 | 14,3 | 6,27 | 5,27 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | ∑ | | 201,7 |

Дисперсия адекватности для Ж:

Определяется расчётное значение коэффициента Фишера по формуле:

При и полученная величина должна быть меньше 19,3:

Следовательно, уравнение жёсткости пригодно для описания исходной зависимости в исследованных пределах изменения факторов.

Переходим к решению задачи необходимо подобрать составы при котором R = 20 Мпа и R = 25 Мпа и Ж более 30 с.

Для расчёта примем что x2 = 1 (r=0,55), тогда уравнение жёсткости примет вид:

1) при = -1

Подставляем = 30:

Таким образом находится в промежутке [-1..0,908), в натуральных величинах:

Таким образом В находится в промежутках [170.. 189,08 л)

2) при = 0:

Подставляем = 30:

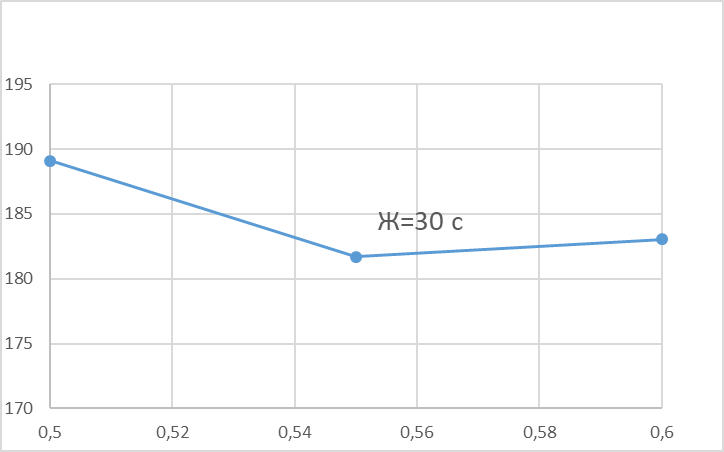
Таким образом находится в промежутке [-1..0,169), в натуральных величинах:

Таким образом В находится в промежутках [170.. 181,69 л)

3) при = 1:

Подставляем = 30:

Таким образом находится в промежутке [-1..0,306), в натуральных величинах:



Далее определяем расходы компонентов, при которых прочность бетона была бы R=20 Мпа при такой же величине x2 = 1 (r=0,55), тогда уравнение прочности примет вид:

1) при = -1:

Подставляем = 20 МПа

Полученный результат не входит в промежуток, поэтому при = -1 нельзя получить бетона с прочностью 20 Мпа.

2) при = 0

Полученный результат больше 20 Мпа, значит при = 0 нельзя получить бетона с прочностью 20 Мпа.

3) при

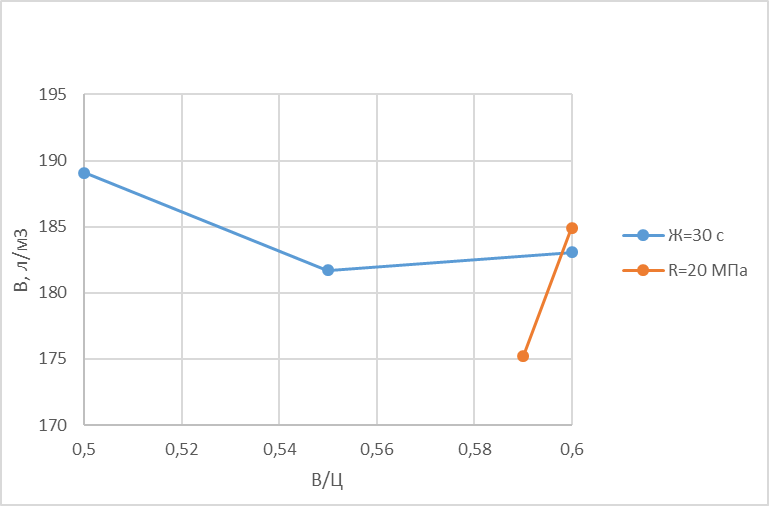
Подставляем = 20 МПа

В натуральных величинах:

4) при

Подставляем = 20 МПа

В натуральных величинах:



Согласно графику бетон с R = 20 Мпа и Ж >30 сек имеет следующий состав: = 0,59; = 175,22 л; r=0,55.

Далее определяем состав при котором бетон имеет R = 25 Мпа, при такой же величине x2 = 1 (r=0,55), тогда уравнение прочности примет вид:

1) при = -1:

Подставляем = 25 МПа

Полученный результат не входит в промежуток, поэтому при = -1 нельзя получить бетона с прочностью 25 Мпа.

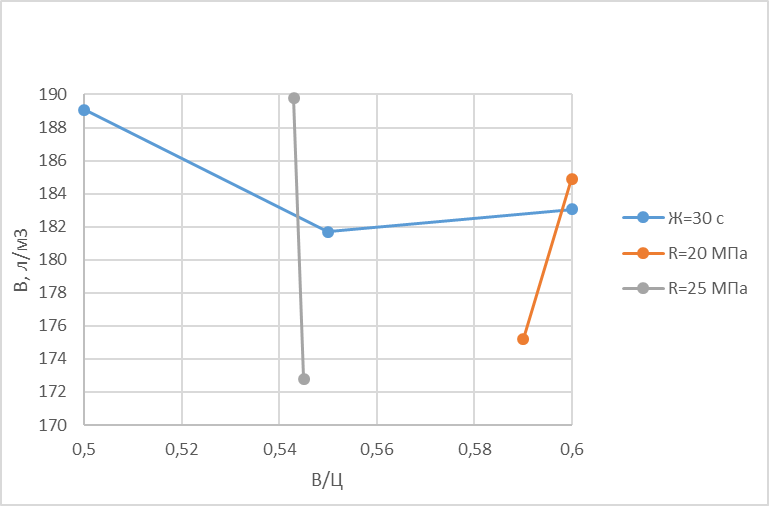
2) при = -0,15:

В натуральных величинах:

3) при = -0,1

Подставляем = 25 МПа

В натуральных величинах:



Согласно графику бетон с R = 25 Мпа и Ж >30 сек имеет следующий состав: = 0,545; = 172,81 л; r = 0,55.

Далее определяем расходы компонентов при минимальном и максимальном значении жёсткости при такой же величине x2 = 1 (r=0,55),

Построим кривые при Ж = 20 с и Ж = 50 с.

1) При x1 = -1:

Подставляем = 20 с:

Подставляем = 50 с:

Полученный результат для Ж=20 с не входит в промежуток, поэтому при = -1 нельзя получить бетона с жёсткостью 20 с.

для Ж=50 с в натуральных величинах:

2) При x1 = -0,5:

Подставляем = 50 с

3) при x1 = 0:

Подставляем = 20 с:

Подставляем = 50 с:

В натуральных величинах:

4) при x1 = 0,8:

Подставляем = 20 с:

В натуральных величинах:

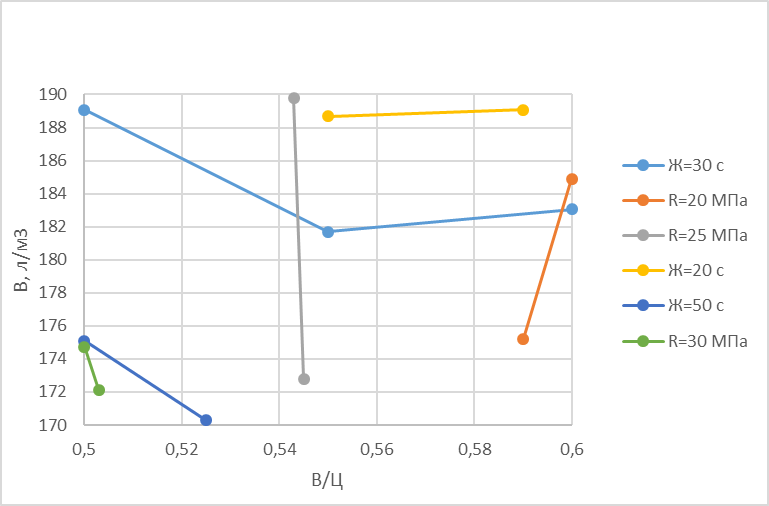
Далее построим кривую при R = 30 Мпа при такой же величине x2 = 1 (r=0,55) при такой же величине x2 = 1 (r=0,55), тогда уравнение прочности примет вид:

1) при = -1:

Подставляем = 30 МПа

2) при = -0,95:

Подставляем = 30 МПа



Далее определим состав бетона на 1 м3 для трех вариантов содержания песка плотностью бетона 2410 кг/м3. x3 = 0 (В=180 л). R Примем равное 25 Мпа.

1) при x2 = -1:

В натуральных величинах:

2) при x2 = 0:

В натуральных величинах:

3) при x2 = 1:

В натуральных величинах:

Для 1 варианта: В=180 л; В/Ц = 0,577; r = 0,45. Отсюда расход компонентов:

Расходы для варианта 2: В=180 л; В/Ц = 0,557; r = 0,5.

Отсюда расход компонентов:

Расходы для варианта 3: В=180 л; В/Ц = 0,544; r = 0,55.

Отсюда расход компонентов:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Компонент | 1 вариант | 2 вариант | 3 вариант |
| Цемент, кг | 312 | 323 | 331 |
| Вода, л | 180 | 180 | 180 |
| Песок, кг | 944 | 1044 | 1144 |
| Щебень, кг | 1154 | 1044 | 936 |