Структуры и алгоритмы обработки данных.

Контрольная работа.

Кузнецова Елена Александровна.

**Задание 1.** Для набора из 12 символов ФИО студента выполнить вручную сортировку методом прямого выбора (пример см. в лекциях, раздел 2.1). Определить количество необходимых сравнений и перестановок.

**Решение.**

Набор символов ФИО: КУЗНЕЦОВАЕЛЕ.

Метод прямого выбора при сортировке по неубыванию, заключается в следующем. Находим наименьший элемент массива и обмениваем его местами с первым элементом массива. Таким образом, первый элемент можно больше не рассматривать. Среди оставшихся элементов находим наименьший элемент и обмениваем его со вторым элементом и т.д.

Чтобы сравнивать буквы в наборе, определим их числовые значения в соответствии с алфавитом, пронумеровав их по порядку:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д | Е,Ё | Ж | З | И | Й | К | Л | М | Н | О | П |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Р | С | Т | У | Ф | Х | Ц | Ч | Ш | Щ | Ъ | Ы | Ь | Э | Ю | Я |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |

Таблица работы метода прямого выбора:

КУЗНЕЦОВАЕЛЕ

АУЗНЕЦОВКЕЛЕ

АВЗНЕЦОУКЕЛЕ

АВЕНЗЦОУКЕЛЕ

АВЕЕЗЦОУКНЛЕ

АВЕЕЕЦОУКНЛЗ

АВЕЕЕЗОУКНЛЦ

АВЕЕЕЗКУОНЛЦ

АВЕЕЕЗКЛОНУЦ

АВЕЕЕЗКЛНОУЦ

АВЕЕЕЗКЛНОУЦ

АВЕЕЕЗКЛНОУЦ

Красным цветом отмечается текущий минимальный элемент при его поиске. Зеленым цветом отмечаются отсортированные элементы.

Всего шагов (просмотров набора для поиска минимального элемента) производится 11 (на 12-ом шаге ничего делать не нужно, так как остается одна буква). На каждом шаге производится один обмен (всего М=3·11=33 перестановки, так как каждый обмен требует три перестановки). На первом шаге выполняется 11 сравнений, на втором – 10 сравнений, …, на 11-ом шаге – одно сравнение. Всего получается С=(11+1)/2·11=66 сравнений.

**Задание 2.** Для набора из 12 символов ФИО студента выполнить вручную шейкерную сортировку. Подсчитать количество необходимых сравнений и перестановок. Определить на каждом шаге в методе шейкерной сортировки левую и правую границы сортируемой части массива (L и R).

**Решение.**

Набор символов ФИО: КУЗНЕЦОВАЕЛЕ.

Таблица работы шейкерной сортировки:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К | У | З | Н | Е | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | L | R |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **Е** | **Л** | 1 | 12 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | Е | Е |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | А | Е |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **А** | **В** |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **А** | **О** |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **А** | **Ц** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **А** | **Е** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | **А** | **Н** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | **А** | **З** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **А** | **У** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **А** | **К** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 2 | 12 |
|  | К | У |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | **З** | **У** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | **Н** | **У** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **Е** | **У** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | У | Ц |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **О** | **Ц** |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **В** | **Ц** |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | **Е** | **Ц** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | **Е** | **Ц** |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **Л** | **Ц** | 2 | 11 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | Е | Л |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | Е | Е |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | В | Е |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **В** | **О** |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **В** | **У** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **В** | **Е** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | **В** | **Н** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | **В** | **З** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **В** | **К** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 3 | 11 |
|  |  | **З** | **К** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | К | Н |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **Е** | **Н** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | Н | У |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **О** | **У** |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **Е** | **У** |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | **Е** | **У** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | **Л** | **У** |  | 3 | 10 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | Е | Л |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | Е | Е |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **Е** | **О** |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **Е** | **Н** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | Е | Е |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | **Е** | **К** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | **Е** | **З** |  |  |  |  |  |  |  |  | 4 | 10 |
|  |  |  | З | К |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **Е** | **К** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | К | Н |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | Н | О |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **Е** | **О** |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | **Л** | **О** |  |  | 4 | 9 |
|  |  |  |  |  |  |  | Е | Л |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **Е** | **Н** |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **Е** | **К** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | Е | Е |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | **Е** | **З** |  |  |  |  |  |  |  | 5 | 9 |
|  |  |  |  | **Е** | **З** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | З | К |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | К | Н |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **Л** | **Н** |  |  |  | 5 | 8 |
|  |  |  |  |  |  | К | Л |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | З | К |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | Е | З |  |  |  |  |  |  | 6 | 8 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **А** | **В** | **Е** | **Е** | **Е** | З | К | Л | **Н** | **О** | **У** | **Ц** |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Синим цветом отмечены пары символов, для которых понадобилась перестановка.

В отсортированный набор (отмечен зелёным цветом) снесены сверху левые и правые “поворотные” символы (АВЕЕЕ и НОУЦ), а также оставшаяся часть массива, в которой перестановки уже не нужны (ЗКЛ).

На первом проходе (с конца в начало) выполняется ровно 11 сравнений и максимально 11·3 = 33 перестановки. На втором проходе (с начала в конец) выполняется ровно 10 сравнений и максимально 10·3 = 30 перестановок. На третьем проходе (с конца в начало) выполняется ровно 9 сравнений и максимально 9·3 = 27 перестановок. И т.д. На последнем проходе выполняется ровно одно сравнение и максимально 1·3 = 3 перестановки.

Таким образом:

а) общее число сравнений С = (11 + 1) / 2 · 11 = 66;

б) общее число перестановок М = С · 3 = 198; однако, это теоретическое число в расчете на наихудший случай, когда перестановки выполняются при каждом сравнении; реально на данном примере потребовалось 41 · 3 = 123 перестановки; в наилучшем случае перестановки могут вообще не понадобиться.

**Задание 3.** Для набора из 12 символов ФИО студента выполнить сортировку методом Шелла, предварительно необходимо определить последовательность шагов по формуле Кнута. Подсчитать количество необходимых сравнений и перестановок.

**Решение.**

Набор символов ФИО: КУЗНЕЦОВАЕЛЕ.

Базовым для метода Шелла является метод прямого включения. Метод прямого включения по неубыванию состоит в следующем. Просматриваем элементы с порядковыми номерами i=2,3,…,n. Берем очередной i-й элемент массива и включаем его на нужное место среди предшествующих i-1 элементов. При этом все элементы, которые больше i-го, сдвигаются вправо.

Метод Шелла повышает производительность метода прямого включения за счет того, что предварительно улучшает порядок следования элементов в массиве. Предварительное улучшение проводится с использованием k-сортировок. Суть k-сортировки состоит в том, что массив разбивается на последовательности с шагом k (ai, ak+i, a2·k+i, …, a[n/k]·k+i, i=1,2,…,k), и сортировки выполняются только внутри этих последовательностей.

Последовательность H из m возрастающих шагов имеет следующий вид: H=(h1, h2, …, hm), где h1=1. Метод Шелла состоит в последовательном проведении hi-сортировки, i=m,m-1,…,1.

Например, сначала можно провести 3-сортировку, затем 2-сортировку и, наконец, 1-сортировку. При этом гарантируется, что массив будет полностью отсортирован, поскольку 1-сортировка является фактически методом прямого включения.

В целом эффективность метода зависит от выбора значений шагов, которые могут отличаться от вышеприведенного примера. В частности, Кнут предложил последовательность значений шагов, вычисляемую по следующей формуле: h1=1; hi=2·hi-1+1; i=2,…,m; .

В нашем случае для n=12 имеем: . Поэтому h1=1, h2=2·1+1=3.

Сначала строим таблицу выполнения 3-сортировки. Используемые обозначения: проверяемый очередной элемент – красный цвет; сравниваемый неперемещаемый элемент – желтый цвет; сравниваемый и обмениваемый с проверяемым элемент (направо через два) – зелёный цвет. В предпоследнем столбце – количество сравнений С, в последнем столбце – количество перестановок М.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К | У | З | Н | Е | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | “Н” > “К”; без обмена | 1 | 0 |
| К | У | З | Н | Е | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | “Е” < “У”; обмен | 1 | 3 |
| К | Е | З | Н | У | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | “Ц” > “З”; без обмена | 1 | 0 |
| К | Е | З | Н | У | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | “О” > “Н”; без обмена | 2 | 0 |
| К | Е | З | Н | У | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | “В” < “У”; обмен; “В” < “Е”; обмен | 2 | 6 |
| К | В | З | Н | Е | Ц | О | У | А | Е | Л | Е | “А” < “Ц”; обмен; “А” < “З”; обмен | 2 | 6 |
| К | В | А | Н | Е | З | О | У | Ц | Е | Л | Е | “Е” < “О”; обмен; “Е” < “Н”; обмен; “Е” < “К”; обмен | 3 | 9 |
| Е | В | А | К | Е | З | Н | У | Ц | О | Л | Е | “Л” < “У”; обмен; “Л” > “Е”; без обмена | 2 | 3 |
| Е | В | А | К | Е | З | Н | Л | Ц | О | У | Е | “Е” < “Ц”; обмен; “Е” < “З”; обмен; “Е” > “А”; без обмена | 3 | 6 |
| Е | В | А | К | Е | Е | Н | Л | З | О | У | Ц | окончательный результат 3-сортировки |  |  |

Количество сравнений С=17; количество перестановок М=33.

Строим таблицу выполнения 1-сортировки по результатам выполнения 3-сортировки:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Е | В | А | К | Е | Е | Н | Л | З | О | У | Ц | сдвиг “Е” | 1 | 3 |
| В | Е | А | К | Е | Е | Н | Л | З | О | У | Ц | сдвиг “ВЕ” | 2 | 4 |
| А | В | Е | К | Е | Е | Н | Л | З | О | У | Ц | сдвига нет | 1 | 0 |
| А | В | Е | К | Е | Е | Н | Л | З | О | У | Ц | сдвиг “К” | 2 | 3 |
| А | В | Е | Е | К | Е | Н | Л | З | О | У | Ц | сдвиг “К” | 2 | 3 |
| А | В | Е | Е | Е | К | Н | Л | З | О | У | Ц | сдвига нет | 1 | 0 |
| А | В | Е | Е | Е | К | Н | Л | З | О | У | Ц | сдвиг “Н” | 2 | 3 |
| А | В | Е | Е | Е | К | Л | Н | З | О | У | Ц | сдвиг “КЛН” | 4 | 5 |
| А | В | Е | Е | Е | З | К | Л | Н | О | У | Ц | сдвига нет | 1 | 0 |
| А | В | Е | Е | Е | З | К | Л | Н | О | У | Ц | сдвига нет | 1 | 0 |
| А | В | Е | Е | Е | З | К | Л | Н | О | У | Ц | сдвига нет | 1 | 0 |
| А | В | Е | Е | Е | З | К | Л | Н | О | У | Ц | результат |  |  |

Количество сравнений С=18; количество перестановок М=21.

Для сравнения построим таблицу выполнения 1-сортировки в случае, когда 3-сортировка предварительно не выполнялась:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К | У | З | Н | Е | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | сдвига нет | 1 | 0 |
| К | У | З | Н | Е | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | сдвиг “КУ” | 2 | 4 |
| З | К | У | Н | Е | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | сдвиг “У” | 2 | 3 |
| З | К | Н | У | Е | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | сдвиг “ЗКНУ” | 4 | 6 |
| Е | З | К | Н | У | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | сдвига нет | 1 | 0 |
| Е | З | К | Н | У | Ц | О | В | А | Е | Л | Е | сдвиг “УЦ” | 3 | 4 |
| Е | З | К | Н | О | У | Ц | В | А | Е | Л | Е | сдвиг “ЕЗКНОУЦ” | 7 | 9 |
| В | Е | З | К | Н | О | У | Ц | А | Е | Л | Е | сдвиг “ВЕЗКНОУЦ” | 8 | 10 |
| А | В | Е | З | К | Н | О | У | Ц | Е | Л | Е | сдвиг “ЗКНОУЦ” | 7 | 8 |
| А | В | Е | Е | З | К | Н | О | У | Ц | Л | Е | сдвиг “НОУЦ” | 5 | 6 |
| А | В | Е | Е | З | К | Л | Н | О | У | Ц | Е | сдвиг “ЗКЛНОУЦ” | 8 | 9 |
| А | В | Е | Е | Е | З | К | Л | Н | О | У | Ц | результат |  |  |

Количество сравнений С=48; количество перестановок М=59.

Вывод:

а) количество сравнений и перестановок для 1-сортировки без предварительной 3-сортировки С=48 и М=59, что значительно больше, чем количество сравнений и перестановок для 1-сортировки с предварительной 3-сортировкой С=18 и М=21;

б) количество сравнений и перестановок для 1-сортировки без предварительной 3-сортировки С=48 и М=59 больше суммарного количества сравнений и перестановок для 1-сортировки с предварительной 3-сортировкой С=18+17=35 и М=21+33=54.

**Задание 4.** Для набора из 12 букв своих фамилии, имени, отчества, построить пирамиду.

**Решение.**

Набор символов ФИО: КУЗНЕЦОВАЕЛЕ.

Известно, что последовательность ai, ai+1, …, ak называется (i,k)–пирамидой, если неравенство aj≤min(a2j,a2j+1) выполняется для каждого j, j=i,…,k, для которого хотя бы один из элементов a2j,a2j+1 существует.

Процесс построения пирамиды осуществляется расширением её влево. Пусть дана последовательность as+1, …, ak, которая является (s+1,k)–пирамидой. Добавим новый элемент и поставим его на s-тую позицию в последовательности. Если при этом выполнилось условие aj≤min(a2j,a2j+1), то полученная последовательность – (s,k)–пирамидой.

В противном случае найдутся элементы a2s,a2s+1 такие, что либо a2s<as, либо a2s+1<as. Пару, которая нарушает условие, меняем местами. В результате получаем новую последовательность, для которой нужно повторять те же действия, пока не будет получена (s,k)–пирамида.

Выстраиваем пирамиду в соответствии с алфавитом. При этом символ, который находится в алфавите ближе, считаем меньшим того, который находится в алфавите дальше.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |  | Примечание |
| К | У | З | Н | Е | Ц | О | В | А | Е | Л | Е |  |  |
|  |  |  |  |  |  | О | В | А | Е | Л | Е | пирамида |  |
|  |  |  |  |  | Ц | О | В | А | Е | Л | Е |  | Ц6>Е12 |
|  |  |  |  |  | Е | О | В | А | Е | Л | Ц | пирамида | Е6<Ц12 |
|  |  |  |  | Е | Е | О | В | А | Е | Л | Ц | пирамида | Е5≤Е10, Е5<Л11 |
|  |  |  | Н | Е | Е | О | В | А | Е | Л | Ц |  | Н4>В8, Н4>А9 |
|  |  |  | А | Е | Е | О | В | Н | Е | Л | Ц |  |  |
|  |  |  |  |  |  | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида |  |
|  |  |  |  |  | Е | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида | Е6<Ц12 |
|  |  |  |  | Е | Е | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида | Е5≤Е10, Е5<Л11 |
|  |  |  | А | Е | Е | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида | А4<В8, А4<Н9 |
|  |  | З | А | Е | Е | О | В | Н | Е | Л | Ц |  | З3>E6, З3<О7 |
|  |  | Е | А | Е | З | О | В | Н | Е | Л | Ц |  |  |
|  |  |  |  |  |  | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида |  |
|  |  |  |  |  | З | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида | З6<Ц12 |
|  |  |  |  | Е | З | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида | Е5≤Е10, Е5<Л11 |
|  |  |  | А | Е | З | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида | А4<В8, А4<Н9 |
|  |  | Е | А | Е | З | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида | Е3>З6, Е3<О7 |
|  | У | Е | А | Е | З | О | В | Н | Е | Л | Ц |  | У2>А4, У2>Е5 |
|  | А | Е | У | Е | З | О | В | Н | Е | Л | Ц |  |  |
|  |  |  |  |  |  | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида |  |
|  |  |  |  |  | З | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида | З6<Ц12 |
|  |  |  |  | Е | З | О | В | Н | Е | Л | Ц | пирамида | Е5≤Е10, Е5<Л11 |
|  |  |  | У | Е | З | О | В | Н | Е | Л | Ц |  | У4>В8, У4>Н9 |
|  |  |  | В | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц |  |  |
|  |  |  |  |  |  | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида |  |
|  |  |  |  |  | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | З6<Ц12 |
|  |  |  |  | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | Е5≤Е10, Е5<Л11 |
|  |  |  | В | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | В4<У8, В4<Н9 |
|  |  | Е | В | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | Е3<З6, Е3<О7 |
|  | А | Е | В | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | А2<В4, А2<Е5 |
| К | А | Е | В | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц |  | К1>А2, К1>Е3 |
| А | К | Е | В | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц |  |  |
|  |  |  |  |  |  | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида |  |
|  |  |  |  |  | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | З6<Ц12 |
|  |  |  |  | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | Е5≤Е10, Е5<Л11 |
|  |  |  | В | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | В4<У8, В4<Н9 |
|  |  | Е | В | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | Е3<З6, Е3<О7 |
|  | К | Е | В | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц |  | К2>В4, К2>Е5 |
|  | В | Е | К | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц |  |  |
|  |  |  |  |  |  | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида |  |
|  |  |  |  |  | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | З6<Ц12 |
|  |  |  |  | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | Е5≤Е10, Е5<Л11 |
|  |  |  | К | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | К4<У8, К4<Н9 |
|  |  | Е | К | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | Е3<З6, Е3<О7 |
|  | В | Е | К | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | В2<К4, В2<Е5 |
| А | В | Е | К | Е | З | О | У | Н | Е | Л | Ц | пирамида | А1<В2, А1<Е3 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |  |  |

Пирамида построена.

**Задание 5.** Для набора из 12 символов ФИО студента выполнить вручную сортировку методом Хоара.

**Решение.**

Набор символов ФИО: КУЗНЕЦОВАЕЛЕ.

Метод Хоара или метод быстрой сортировки заключается в следующем: нужно найти такой элемент множества, подлежащего сортировке, который разобьет его на два подмножества – те элементы, что меньше делящего элемента, и те, что не меньше его.

При этом используем два индекса, первоначально установленные на первый (i) и на последний элемент (j).

В начале процесса индекс j двигаем влево, пока j-й элемент больше или равен i-го. Как только это условие нарушается, меняем местами j-й и i-й элементы, а также сами индексы.

После этого начинаем индекс j двигать вправо, пока j-й элемент меньше i-го. Как только это условие нарушается, снова меняем местами j-й и i-й элементы, а также сами индексы. И т.д.

Продолжаем вышеописанный процесс до тех пор, пока индексы i и j не станут одинаковыми.

Это значит, что i-й (он же и j-й) элемент разделил исходное множество на два подмножества: все элементы, находящиеся слева от делящего элемента, меньше его, и все элементы, находящиеся справа, не меньше делящего (i-го) элемента. Следовательно, i-й элемент стоит на своем месте.

Такой же процесс применим к элементам “левого” и “правого” подмножеств.

Условные обозначения: отсортированные части массива отмечаем красным цветом.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К |  | У |  | З |  | Н |  | Е |  | Ц |  | О |  | В |  | А |  | Е |  | Л |  | Е |  |
| i |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  |
| Е |  | У |  | З |  | Н |  | Е |  | Ц |  | О |  | В |  | А |  | Е |  | Л |  | К |  |
| j |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | i |  |
|  |  | j |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Е |  | К |  | З |  | Н |  | Е |  | Ц |  | О |  | В |  | А |  | Е |  | Л |  | У |  |
|  |  | i |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  | j |  |  |  |
| Е |  | Е |  | З |  | Н |  | Е |  | Ц |  | О |  | В |  | А |  | К |  | Л |  | У |  |
|  |  | j |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | i |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | j |  | j |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Е |  | Е |  | З |  | К |  | Е |  | Ц |  | О |  | В |  | А |  | Н |  | Л |  | У |  |
|  |  |  |  |  |  | i |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  |  |  |  |  |  |  |
| Е |  | Е |  | З |  | А |  | Е |  | Ц |  | О |  | В |  | К |  | Н |  | Л |  | У |  |
|  |  |  |  |  |  | j |  |  |  |  |  |  |  |  |  | i |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | j |  | j |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Е |  | Е |  | З |  | А |  | Е |  | К |  | О |  | В |  | Ц |  | Н |  | Л |  | У |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | i |  |  |  |  |  | j |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Е |  | Е |  | З |  | А |  | Е |  | В |  | О |  | К |  | Ц |  | Н |  | Л |  | У |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  |  |  | i |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Е |  | Е |  | З |  | А |  | Е |  | В |  | К |  | О |  | Ц |  | Н |  | Л |  | У |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | i |  | j |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | ij |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Е |  | Е |  | З |  | А |  | Е |  | В |  |  |  | О |  | Ц |  | Н |  | Л |  | У |  |
| i |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  |  |  | i |  |  |  |  |  |  |  | j |  |
| В |  | Е |  | З |  | А |  | Е |  | Е |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  |  |  |
| j |  |  |  |  |  |  |  |  |  | i |  |  |  | Л |  | Ц |  | Н |  | О |  | У |  |
|  |  | j |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  |  |  |  |  | i |  |  |  |
| В |  | Е |  | З |  | А |  | Е |  | Е |  |  |  |  |  | j |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | i |  |  |  |  |  |  |  | j |  |  |  | Л |  | О |  | Н |  | Ц |  | У |  |
|  |  |  |  |  |  | j |  | j |  |  |  |  |  |  |  | i |  |  |  | j |  |  |  |
| В |  | А |  | З |  | Е |  | Е |  | Е |  |  |  |  |  |  |  | j |  |  |  |  |  |
|  |  | j |  |  |  | i |  |  |  |  |  |  |  | Л |  | Н |  | О |  | Ц |  | У |  |
|  |  |  |  | j |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | j |  | i |  |  |  |  |  |
| В |  | А |  | Е |  | З |  | Е |  | Е |  |  |  |  |  |  |  | ji |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | i |  | j |  |  |  |  |  |  |  | Л |  | Н |  |  |  | Ц |  | У |  |
|  |  |  |  | ij |  |  |  |  |  |  |  |  |  | i |  | j |  |  |  | i |  | j |  |
| В |  | А |  |  |  | З |  | Е |  | Е |  |  |  | ij |  |  |  |  |  | У |  | Ц |  |
| i |  | j |  |  |  | i |  |  |  | j |  |  |  |  |  | Н |  |  |  | j |  | i |  |
| А |  | В |  |  |  | Е |  | Е |  | З |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | ji |  |
| j |  | i |  |  |  | j |  |  |  | i |  |  |  |  |  |  |  |  |  | У |  |  |  |
|  |  | ji |  |  |  |  |  | j |  | ji |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| А |  |  |  |  |  | Е |  | Е |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | i |  | j |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | ij |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | Е |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **А** |  | **В** |  | **Е** |  | **Е** |  | **Е** |  | **З** |  | **К** |  | **Л** |  | **Н** |  | **О** |  | **У** |  | **Ц** |  |

**Задание 6.** Провести слияние двух упорядоченных списков. В качестве элементов первого списка взять буквы фамилии (полностью), в качестве элементов второго списка взять буквы имени (полностью).

**Решение.**

Первый упорядоченный список А: “АВЕЗКНОУЦ”; второй упорядоченный список Б: “АЕЕЛН”.

Порядок прямого слияния упорядоченных списков А и Б таков. Сначала сравниваем первые элементы списков А и Б. Определяем минимальный элемент из этих двух. Если первые элементы списков при сравнении оказались равными, то минимальным элементом считаем элемент из списка А. Минимальный элемент перемещаем в список слияния В. Список, из которого был взят минимальный элемент, стал короче.

Повторяем эти действия до тех пор, пока один из списков не станет пустым. Оставшиеся элементы из другого списка переносим в список В.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | А | В | Е | З | К | Н | О | У | Ц | А | Е | Е | Л | Н |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  | В | Е | З | К | Н | О | У | Ц | А | Е | Е | Л | Н | А |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  | В | Е | З | К | Н | О | У | Ц |  | Е | Е | Л | Н |  | А |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  | Е | З | К | Н | О | У | Ц |  | Е | Е | Л | Н |  |  | В |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  | З | К | Н | О | У | Ц |  | Е | Е | Л | Н |  |  |  | Е |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  | З | К | Н | О | У | Ц |  |  | Е | Л | Н |  |  |  |  | Е |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  | З | К | Н | О | У | Ц |  |  |  | Л | Н |  |  |  |  |  | Е |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  | К | Н | О | У | Ц |  |  |  | Л | Н |  |  |  |  |  |  | З |  |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  | Н | О | У | Ц |  |  |  | Л | Н |  |  |  |  |  |  |  | К |  |  |  |  |  |  |
| 10 |  |  |  |  |  | Н | О | У | Ц |  |  |  |  | Н |  |  |  |  |  |  |  |  | Л |  |  |  |  |  |
| 11 |  |  |  |  |  |  | О | У | Ц |  |  |  |  | Н |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Н |  |  |  |  |
| 12 |  |  |  |  |  |  | О | У | Ц |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Н |  |  |  |
| 13 |  |  |  |  |  |  |  | У | Ц |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | О |  |  |
| 14 |  |  |  |  |  |  |  |  | Ц |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | У |  |
| 15 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Ц |

**Задание 7.** Для набора из 12 трехзначных чисел в 3-ичной системе счисления выполнить вручную сортировку методом цифровой сортировки. В качестве чисел использовать порядковые номера (в русском алфавите) букв ФИО студента, записанные в троичной системе счисления.

**Решение.**

В качестве чисел используем порядковые номера (в русском алфавите) букв ФИО студента, записанные в троичной системе счисления.

Получаем:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | А | Б | В | Г | Д | Е,Ё | Ж | З |
| №10 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| №3 | 001 | 002 | 010 | 011 | 012 | 020 | 021 | 022 |
|  | И | Й | К | Л | М | Н | О | П |
| №10 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| №3 | 100 | 101 | 102 | 110 | 111 | 112 | 120 | 121 |
|  | Р | С | Т | У | Ф | Х | Ц | Ч |
| №10 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| №3 | 122 | 200 | 201 | 202 | 210 | 211 | 212 | 220 |
|  | Ш | Щ | Ъ | Ы | Ь | Э | Ю | Я |
| №10 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| №3 | 221 | 222 |  |  |  |  |  |  |

Получаем:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ФИО | К | У | З | Н | Е | Ц | О | В | А | Е | Л | Е |
| №10 | 11 | 20 | 8 | 14 | 6 | 23 | 15 | 3 | 1 | 6 | 12 | 6 |
| №3 | 102 | 202 | 022 | 112 | 020 | 212 | 120 | 010 | 001 | 020 | 110 | 020 |

Пусть дана последовательность S чисел с одним и тем же числом разрядов, представленных в m–ичной системе счисления.

Сначала числа из последовательности S распределяются по mочередям, причём номер очереди определяется последней цифрой каждого числа.

Затем полученные очереди соединяются в последовательность, для которой все действия повторяются, но распределение по очередям производится в соответствии со следующей цифрой и т.д.

Процесс заканчивается, когда будут исчерпаны все разряды числа. Полученные очереди соединяются в окончательную последовательность.

В результате сортировки все числа последовательности оказываются упорядоченными по неубыванию.

Процесс сортировки представлен в таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| S | 102 | 202 | 022 | 112 | 020 | 212 | 120 | 010 | 001 | 020 | 110 | 020 |
| Q0 | 020 | 120 | 010 | 020 | 110 | 020 |  |  |  |  |  |  |
| Q1 | 001 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Q2 | 102 | 202 | 022 | 112 | 212 |  |  |  |  |  |  |  |
| S | 020 | 120 | 010 | 020 | 110 | 020 | 001 | 102 | 202 | 022 | 112 | 212 |
| Q0 | 001 | 102 | 202 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Q1 | 010 | 110 | 112 | 212 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Q2 | 020 | 120 | 020 | 020 | 022 |  |  |  |  |  |  |  |
| S | 001 | 102 | 202 | 010 | 110 | 112 | 212 | 020 | 120 | 020 | 020 | 022 |
| Q0 | 001 | 010 | 020 | 020 | 020 | 022 |  |  |  |  |  |  |
| Q1 | 102 | 110 | 112 | 120 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Q2 | 202 | 212 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| S | 001 | 010 | 020 | 020 | 020 | 022 | 102 | 110 | 112 | 120 | 202 | 212 |

Раскодируем полученную последовательность: “АВЕЕЕЗКЛНОУЦ”.

**Задание 8.** Для набора всех символов ФИО студента выполнить вручную быстрый поиск (две версии) первой буквы имени и буквы «Я». Подсчитать количество необходимых для поиска операций сравнения для каждой версии.

**Решение.**

Набор символов ФИО: КУЗНЕЦОВАЕЛЕНААЛЕКСАНДРОВНА.

Упорядоченный набор символов ФИО:

АААААВВДЕЕЕЕЗККЛЛННННООРСУЦ.

Поиск первой буквы имени “Е”. Быстрый поиск (первая версия).

При быстром поиске в упорядоченном массиве в первую очередь проверяют средний элемент массива:

а) если он совпадает с искомым значением, то поиск закончен;

б) если средний элемент массива оказался больше искомого значения, то из дальнейшего поиска исключаем правую половину массива вместе со средним элементом;

в) если средний элемент массива оказался меньше искомого значения, то из дальнейшего поиска исключаем левую половину массива вместе со средним элементом.

Средний элемент отмечаем красным цветом. В последнем столбце – примечания.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |  |
| А | А | А | А | А | В | В | Д | Е | Е | Е | Е | З | К | К | Л | Л | Н | Н | Н | Н | О | О | Р | С | У | Ц | (1+27)/2=14  К>Е |
| А | А | А | А | А | В | В | Д | Е | Е | Е | Е | З |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | (1+13)/2=7  В<Е |
|  |  |  |  |  |  |  | Д | Е | Е | Е | Е | З |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | (8+13)/2=10  Е=Е |

Поиск завершен успешно: искомое значение находится в массиве под номером 10. Для этого понадобилось три операции сравнения среднего элемента массива с искомым значением после деления массива пополам.

Недостаток первой версии алгоритма состоит в том, что если в массиве несколько элементов с одинаковым ключом, то эта версия находит какой-то один из них. Чтобы найти все элементы с одинаковыми ключами, необходимо просмотреть массив влево и вправо от найденного элемента. Именно эту ситуацию демонстрирует наш пример.

Поиск буквы “Я”. Быстрый поиск (вторая версия).

Как и ранее, в первую очередь проверяем средний элемент массива:

а) если средний элемент массива оказался больше или равен искомому значению, то из дальнейшего поиска исключаем правую половину массива без среднего элемента;

б) если средний элемент массива оказался меньше искомого значения, то из дальнейшего поиска исключаем левую половину массива вместе со средним элементом.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |  |
| А | А | А | А | А | В | В | Д | Е | Е | Е | Е | З | К | К | Л | Л | Н | Н | Н | Н | О | О | Р | С | У | Ц | (1+27)/2=14  К<Я |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | К | Л | Л | Н | Н | Н | Н | О | О | Р | С | У | Ц | (15+27)/2=21  Н<Я |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | О | О | Р | С | У | Ц | (22+27)/2=24  Р<Я |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | С | У | Ц | (25+27)/2=26  У<Я |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Ц | Ц≠Я |

Если в массиве несколько элементов с одинаковым ключом, то вторая версия быстрого поиска находит самый левый из них. Чтобы найти все элементы с одинаковыми ключами, необходимо просмотреть массив вправо от найденного элемента.

В нашей задаче поиск закончился неудачно: искомое значение в массиве не обнаружено.

Чтобы выяснить это, поиск пришлось вести до тех пор, пока в массиве не остался единственный элемент. При этом оказалось необходимым выполнить четыре сравнения среднего элемента массива с искомым значением после деления массива пополам и плюс ещё одно сравнение для того, чтобы проверить оставшийся элемент (равен он или нет искомому значению).