**Вариант** 5

**Задача. Решите транспортную задачу.**

**Три поставщика произвольного товара обладают запасами, приведенными в следующей таблице. Этот товар должен быть перевезен трем потребителям.**

**Требуется:**

**1) Определите начальное опорное решение:**

1.1. методом «северо-западного угла»;

1.2. методом минимального элемента;

**2) Найдите оптимальный план перевозок.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номерпоставщика | Возможностипоставщика | Потребители и их спрос |
| 1 | 2 | 3 |
| 20 | 40 | 60 |
| **1** | **45** | **7** | **4** | **5** |
| **2** | **50** | **3** | **6** | **4** |
| **3** | **25** | **2** | **7** | **6** |

**Решение:**

1) Определим начальное опорное решение:

1.1. Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.
∑a = 45 + 50 + 25 = 120

∑b = 20 + 40+ 60 = 110

Условие баланса соблюдается. Запасы равны потребностям. Следовательно, модель транспортной задачи является закрытой.

Используя *метод северо-западного угла*, построим первый опорный план транспортной задачи.

План начинается заполняться с верхнего левого угла.

Распределяем запасы поставщика A1 сначала потребителю B1. Распределяем запасы поставщика A1 сначала потребителю B2 получаем:

x11 = 20, x12 =25

Распределяем запасы поставщика A2 сначала потребителю B2, а затем $B\_{3}$ получаем:

$x\_{22} = 15, x\_{23}=35.$

причем у поставщика A3 остается 25 последних единиц груза. Этот груз и отправим потребителю B3. Таким образом, $x\_{33}  = 25$, все запасы груза вывезены и все потребители удовлетворены.

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$B\_{1}$$ | $$B\_{2}$$ | $$B\_{3}$$ | Запасы |
| $$A\_{1}$$ | 7[20] | 4[25] | 5 | 45 |
| $$A\_{2}$$ | 3 | 6[15] | 4[35] | 50 |
| $$A\_{3}$$ | 2 | 7 | 6[25] | 25 |
| $$A\_{4}$$ | 20 | 40 | 60 | 45 |
| Потребности | 7[20] | 4[25] | 5 |  |

1.2. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

Искомый элемент равен $c\_{31}=2$. Для этого элемента запасы равны 25, потребности 20:$ x\_{31}  = 20.$ Искомый элемент равен $c\_{12}=4$. Для этого элемента запасы равны 45, потребности 40: $x\_{12 }=40.$ Искомый элемент равен $c\_{23}=4$. Для этого элемента запасы равны 50, потребности 60: $x\_{23 }=50.$ Искомый элемент равен $c\_{13}=5$. Для этого элемента запасы равны 5, потребности 10: $x\_{13} =5.$ Искомый элемент равен $c\_{33}=6$. Для этого элемента запасы равны 6, потребности 6: $x\_{33} =5.$

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$B\_{1}$$ | $$B\_{2}$$ | $$B\_{3}$$ | Запасы |
| $$A\_{1}$$ | 7 | 4[40] | 5[5] | 45 |
| $$A\_{2}$$ | 3 | 6 | 4[50] | 50 |
| $$A\_{3}$$ | 2[20] | 7 | 6[5] | 25 |
| $$A\_{4}$$ | 20 | 40 | 60 |  |
| Потребности | 7 | 4[40] | 5[5] | 45 |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

2) Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы $u\_{i}, v\_{j}$. по занятым клеткам таблицы, в которых $u\_{i} + v\_{j} = c\_{ij}$, полагая, что $u\_{1} = 0$.

$$u\_{1 }+ v\_{2 }= 4; 0 + v\_{2 }= 4; v\_{2 }= 4$$

$$u\_{1 }+ v\_{3 }= 5; 0 + v\_{3 }= 5; v\_{3 }= 5$$

$$u\_{2 }+ v\_{3 }= 4; 5 + u\_{2 }= 4; u\_{2 }= -1$$

$$u\_{3 }+ v\_{3 }= 6; 5 + u\_{3 }= 6; u\_{3 }= 1$$

$$u\_{3 }+ v\_{1 }= 2; 1 + v\_{1 }= 2; v\_{1 }= 1$$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | $$v\_{1 }=1$$ | $$v\_{2 }= 4$$ | $$v\_{3 }= 5$$ |
| $$u\_{1 }=0$$ | 7 | 4[40] | 5[5] |
| $$u\_{2 }= -1$$ | 3 | 6 | 4[50] |
| $$u\_{3 }= 1$$ | 2[20] | 7 | 6[5] |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

**Ответ:**

1.1. методом «северо-западного угла»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$B\_{1}$$ | $$B\_{2}$$ | $$B\_{3}$$ | Запасы |
| $$A\_{1}$$ | 7[20] | 4[25] | 5 | 45 |
| $$A\_{2}$$ | 3 | 6[15] | 4[35] | 50 |
| $$A\_{3}$$ | 2 | 7 | 6[25] | 25 |
| $$A\_{4}$$ | 20 | 40 | 60 | 45 |
| Потребности | 7[20] | 4[25] | 5 |  |

1.2. методом минимального элемента

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$B\_{1}$$ | $$B\_{2}$$ | $$B\_{3}$$ | Запасы |
| $$A\_{1}$$ | 7 | 4[40] | 5[5] | 45 |
| $$A\_{2}$$ | 3 | 6 | 4[50] | 50 |
| $$A\_{3}$$ | 2[20] | 7 | 6[5] | 25 |
| $$A\_{4}$$ | 20 | 40 | 60 |  |
| Потребности | 7 | 4[40] | 5[5] | 45 |

2) Найдите оптимальный план перевозок.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$B\_{1}$$ | $$B\_{2}$$ | $$B\_{3}$$ | Запасы |
| $$A\_{1}$$ | 7 | 4[40] | 5[5] | 45 |
| $$A\_{2}$$ | 3 | 6 | 4[50] | 50 |
| $$A\_{3}$$ | 2[20] | 7 | 6[5] | 25 |
| $$A\_{4}$$ | 20 | 40 | 60 |  |
| Потребности | 7 | 4[40] | 5[5] | 45 |