1. Вычислить определитель.

а) разложив по элементам 4-й строки;

б) получив нули во II столбце;

2. Найти квадрат матрицы A.

3. Даны вершины пирамиды ABCD, A(4;-4;0), B(-5;3;2), C(8;0;1), D(2;2;3). Найти объём.

=(-9;7;2), =(4;4;1), =(-2;6;3)

4. Даны вектора **a**1, **a**2, **a**3. Исследовать на линейную зависимость эти вектора. Записать разложение вектора **b** в базисе {**a**1, **a**2, **a**3}

=(2;3;3); =(-1;4;-2); =(-1;-2;4); =(4;11;11)

**b**=x**a1**+y**a2**+z**a3=**x(2;3;3)+y(-1;4;-2)+z(-1;-2;4)=(2x-y-z;3x+4y-2z;3x-2y+4z)=(4;11;11)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | z | b |  | ⇒ | x | y | z | b |  | ⇒ | x | y | z | b |  |
| 2 | -1 | -1 | 4 | 4I+III | 11 | -6 | 0 | 27 | I+II | 20 | 0 | 0 | 60 |
| 3 | 4 | -2 | 11 | 2II+III | 9 | 6 | 0 | 33 |  | 9 | 6 | 0 | 33 |
| 3 | -2 | 4 | 11 |  | 3 | -2 | 4 | 11 |  | 3 | -2 | 4 | 11 |

5. Методом Гаусса решить СЛАУ.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x1 | x2 | x3 | x4 | b |  | ⇒ | x1 | x2 | x3 | x4 | b |  | ⇒ | x1 | x2 | x3 | x4 | b |  | ⇒ | x1 | x2 | x3 | x4 | b |  | ⇒ | x1 | x2 | x3 | x4 | b |  | ⇒ |
| 0 | 3 | -2 | 5 | -7 | I-5III | -10 | -2 | -2 | 0 | -12 | I+III | -7 | 2 | 0 | 0 | -9 | I+II | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 1 | -1 | 1 | -2 | 4 | II+2III | 5 | 1 | 1 | 0 | 6 | 2I-II | 7 | -2 | 0 | 0 | 9 |  | 7 | -2 | 0 | 0 | 9 |  | 7 | -2 | 0 | 0 | 9 | II+2III:3 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 3III-IV | 3 | 4 | 2 | 0 | 3 |  | 3 | 4 | 2 | 0 | 3 |  | 3 | 4 | 2 | 0 | 3 | III+IV | 6 | 3 | 0 | 0 | 3 | III:3 |
| 3 | -1 | -2 | 3 | 0 |  | 3 | -1 | -2 | 3 | 0 |  | 3 | -1 | -2 | 3 | 0 |  | 3 | -1 | -2 | 3 | 0 |  | 3 | -1 | -2 | 3 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ⇒ | x1 | x2 | x3 | x4 | b |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 11 |
| 6 | 3 | 0 | 0 | 3 |
| 3 | -1 | -2 | 3 | 0 |

6. Исследовать на существование нетривиального решения. Найти ФСР.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | b | ⇒ | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | b | ⇒ | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | b |  |
| 5 | -2 | 9 | -4 | -1 | 0 | 1 | -2/5 | 9/5 | -4/5 | -1/5 | 0 | 1 | 0 | 20/11 | -6/11 | -7/11 | 0 |
| 1 | 4 | 2 | 2 | -5 | 0 | 0 | 22/5 | 1/5 | 14/5 | -24/5 | 0 | 0 | 1 | 1/22 | 7/11 | -12/11 | 0 |
| 6 | 2 | 11 | -2 | -6 | 0 | 0 | 22/5 | 1/5 | 14/5 | -24/5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

(7;0;11;11;11), (0;-4;22;11;11) – ФСР

7) Решить AX=B уравнение методом обратной матрицы;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A11=33 | A12=-15 | A13=-36 |
| A21=20 | A22=15 | A23=-17 |
| A31=8 | A32=6 | A33=25 |

8) Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую L и точку A; определить координаты нормали к этой плоскости.

B(1;2;-2) – точка проходящая через L;

=(3;3;3)

4(x-4)-3(y-5)-1(z-1)=4x-3y-z=0 – уравнение плоскости;

(4;-3;-1) – нормаль плоскости;

Дискретная математика.

1. Доказать тождество.

A\(B\C)=(A\B)∪(A∩C)

|  |  |
| --- | --- |
| ∀x∈A\(B\C)⇒(x∈A)∧(x∉(B\C))⇒(x∈A)∧((x∉B)∨(x∈C))⇒x∈(A\B)∪(A∩C)⇒A\(B\C)=(A\B)∪(A∩C) | ⇒A\(B\C)=(A\B)∪(A∩C) |
| ∀x∈(A\B)∪(A∩C)⇒(x∈A\B)∨(x∈(A∩C))⇒((x∈A)∧(x∉B))∨((x∈A)∧(x∈C))⇒x∈(A\B)∪(A∩C)⇒A\(B\C)=(A\B)∪(A∩C) |

2. Доказать методом матиндукции.

3. Для взвешенного орграфа, заданного списком рёбер найти кратчайший путь между вершинами 1 и 9 алгоритмом Дейкстры.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| налало | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 8 | 10 | 10 | 5 |
| конец | 2 | 5 | 3 | 6 | 4 | 7 | 8 | 6 | 9 | 7 | 9 | 4 | 8 | 10 | 10 | 9 | 5 | 10 |
| вес | 7 | 10 | 14 | 9 | 15 | 18 | 21 | 8 | 41 | 11 | 44 | 5 | 15 | 16 | 17 | 5 | 50 | 10 |

U1=0;

U2=U1+d12=7

U3=U2+d23=7+14=21

U4=min{U3+d34;U7+d74}=min{36;32}=32

U5=min{U1+d15;U10+d10,5}=min{10;70}=10

U6=min{U2+d26;U5+d56}=min{16;18}=16

U7=min{U3+d37;U6+d67}=min{39;27}=27

U8=min{U4+d48;U7+d78}=min{53;42}=42

U9=min{U5+d59;U10+d10,9}=min{51;48}=48 – наименьшее расстояние от 1 до 9

U10=min{U5+d10,5;U7+d7,10;U8+d8,10}=min{60;43;59}=43

1-2-6-7-10-9 – кратчайший путь от 1 до 9

4. Владимир, Роман, Сергей, Андрей участвовали в математической олимпиаде и заняли первые четыре призовых места. На вопрос о распределении мет на олимпиаде среди призовой четвёрки были получены ответы:

а) Роман занял третье место или Сергей второе;

б) Андрей занял первое или Роман второе;

в) Сергей занял четвёртое или Владимир третье;

г) Андрей занял второе место или Владимир второе;

В каждом ответе только один вариант верен. Кто какое место занял?

Ri={Роман занял ­i – место}; Si={Сергей занял ­i – место}; Ai={Андрей занял ­i – место}; Vi={Владимир занял ­i – место};

F=(R3⊕S2)(A1⊕R2)(S4⊕V3)(A2⊕V2)(ΣRi=1)(ΣAi=1)(ΣSi=1)(ΣVi=1)(R1+A1+S1+V1=1)(R2+A2+S2+V2=1)(R3+A3+S3+V3=1)(R4+A4+S4+V4=1) – пропозициональная форма

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| R1 | R2 | R3 | R4 | A1 | A2 | A3 | A4 | S1 | S2 | S3 | S4 | V1 | V2 | V3 | V4 | R3⊕S2 | A1⊕R2 | S4⊕V3 | A2⊕V2 | F |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Первое место – Андрей; Второе место – Владимир; Третье место – Роман; Четвёртое место – Сергей;

5. Доказать.

(x→z)(y→z)=(x∨y)→z

6. Найти ДНФ, КНФ.

f=(x∨y)→z

f=