**РЕФЕРАТ**

на тему:

**«Симплекс-метод в применении к транспортным задачам»**

**Оглавление**

|  |  |
| --- | --- |
| Введение  | 3 |
| Раздел 1. Транспортная задача, постановка, принцип её решения. | 4 |
| Раздел 2. Симплекс-метод в решении транспортных задач. | 8 |
| Заключение. | 13 |
| Список литературы. | 14 |

**Введение**

Перед нами постоянно стоит проблема: как можно добиться максимального эффекта в условиях ограниченности ресура?

Транспортная задача (Т-задача) представляет из себя одну из наиболее распространённых специальных задач линейного программирования (ЗЛП), а также является одной из самых востребованных оптимизационных задач в логистике. В классическом виде она предполагает нахождение оптимального (т.е. сопряженного с минимальными затратами) плана грузоперевозок.

Название «транспортная задача» включается в себя широкую область задач с одинаковой математической интерпритацией.

Цель транспортных задач - обеспечение получения (доставки) продукции (товара) потребителю в нужное время и место при минимально возможных совокупных затратах. Она достигается, если выполняются следующие условия:

1. нужный товар;
2. необходимого качества;
3. в необходимом количестве доставлен;
4. в нужное время;
5. в нужное место;
6. с минимальными затратами.

Объектом изучения являются материальные и соответствующие им финансовые, информационные потоки, сопровождающие производственно-коммерческую деятельность.

**РАЗДЕЛ 1. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА, ЕЁ ПОСТАНОВКА, СВОЙСТВА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ**

1.1. Транспортная задача и постановка Т-задачи

Линейные транспортные задачи составляют особый класс задач линейного программирования. Задача заключается в отыскании такого плана перевозок продукции с *m* складов в пункт назначения *n*, который потребовал бы минимальных затрат.

То есть, Т-задачу можно сформулировать следующим образом. Пусть в пунктах А1,…,Am производят некоторый однородный продукт, причём объем производства в пункте Ai составляет ai единиц (i = 1,…, m). Допустим, что данный продукт потребляют в пунктах B1., B**n**, a объем потребления в пункте Вj составляет bj единиц (j = 1., n). Предположим, что из каждого пункта производства возможно транспортировка продукта в любой пункт потребления. Транспортные издержки по перевозке единицы продукции из пункта Ai в пункт Вj равны *Сij* (i = 1., m; j = 1., n). Задача состоит в определении такого плана перевозок, при котором запросы всех потребителей Вj полностью удовлетворены, весь продукт из пунктов производства вывезен и суммарные транспортные издержки минимальны.

#### 1.2. Свойство транспортной задачи

1. Для решения Т-задачи необходимо и достаточно, чтобы было выполнено условие баланса, что означает, что суммарный объем производства равнялся объему потребления.



Такая модель получила название «закрытая».

*Замечания.*

1. Если сумма запасов для доставки превышает потребности, то есть , то количество определенное количество продукции, которое равно  будет оставлено на складах. В таком случае для решения необходимо добавить «фиктивного» покупателя *(n+1),* чья потребность равна  и принять транспортные расходы равными 0 для всех *i=1…m*.
2. Если сумма потребностей потребителей превышает запасы на складах , то потребность нельзя полностью покрыть. Такой вид задач можно свести к обычной транспортной задаче с выполняемым условием балансом, если ввести «фиктивный» пункт отправления *(m+1),* чей запас равен  , и стоимость перевозок из данного пункта отправления во все пункты назначения принять равным нулю.

Такие модели транспортных задач называю «открытыми».

1.3 Математическая модель транспортной задачи

Переменными (неизвестными) транспортной задачи являются xij , i=1,2,...,m j=1,2,...,n — объемы перевозок от i-го поставщика каждому j-му потребителю.

Эти переменные могут быть записаны в виде матрицы перевозок:



Так как произведение матрицы стоимостей Cij на матрицу объемов перевозок Xij определяет затраты на перевозку груза от i-го поставщика j-му потребителю, то суммарные затраты на перевозку всех грузов равны:



По условию задачи требуется обеспечить минимум суммарных затрат. Следовательно, целевая функция задачи имеет вид:



Система ограничений задачи состоит из двух групп уравнений. Первая группа из m уравнений описывает тот факт, что запасы всех m поставщиков вывозятся полностью, а вторая группа из n уравнений выражает требование удовлетворить запросы всех n потребителей полностью.

Учитывая условие неотрицательности объемов перевозок математическая модель выглядит следующим образом:



Существует много методов решения транспортной задачи. Итерационное улучшение плана перевозок включает метод северо-западного угла, метод наименьшего элемента, после нахождения с помощью этих методов опорного плана, его необходимо улучшить, применяя метод потенциалов или метод «падающего камне».

Еще один из способов решения Т-задачи – теория графов – необходимо свести задачу к задаче нахождения максимального потока минимальной стоимости.

В данной работе рассмотрим стандартный метод решения задач линейного программирования – симплекс-метод.

**РАЗДЕЛ 2. РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ СИМПЛЕКС- МЕТОДОМ**

Решение Т-задачи симплекс-методом является альтернативным способом решения транспортной задачи, при этом данные транспортной таблицы выражают через линейные уравнения:



Для лучшего понимания решения задач таким способом рассмотрим пример с двумя поставщиками и двумя потребителями.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Потребитель В1****5 шт** | **Потребитель В2****15 шт** |
| **Поставщик А1****10 шт** | С11 = 1 | С12 =2 |
| **Поставщик А2****5 шт** | С21 = 2 | С22 = 1 |
| **Поставщик А3****5 шт** | С31 = 3 | С23 = 4 |

Тогда линейные уравнения будут иметь вид:

x11 + x12 = 10

x21 + x22 = 5

х31 + х32 = 5

x11 +x21 + х31 = 5

x12 + x22 + х32 = 15

Z(X) = 1x11 + 2x12 + 2x21 + 1x22 + 3х31 + 4х23 -> min

Для удобства вместо двойных коэффициентов будем использовать Xi, i=1…6

Расширенная матрица системы ограничений-равенств данной задачи:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 5 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 5 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 5 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 15 |

Для решения задачи симплекс-методом необходимо привести систему к единичному виду методом жордановский преобразований.

Последовательность действий такова:

1. Последовательно будем выбирать разрешающий элемент РЭ, который лежит на главной диагонали матрицы.
2. На месте разрешающего элемента получаем 1, а в самом столбце записываем нули.
3. Все остальные элементы матрицы, включая элементы столбца B, определяются по *правилу прямоугольника*.

Для этого выбираем четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент РЭ.

НЭ = СЭ - (А\*В)/РЭ

РЭ - разрешающий элемент, А и В - элементы матрицы, образующие прямоугольник с элементами СТЭ (старый элемент) и РЭ.

В результате таких преобразований, получаем следующую систему:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 |
| -1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 5 |
| -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 5 |

В качестве базисных переменных выбираем Х = (2, 3, 6, 4, 5). Выражаем базисные переменные через остальные:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x2 = -x1 + 10 | х3 = х1 | х6 = -х1 |
| х4 = -х1 + 5 | х5 = х1 + 5 |

Тогда целевая функция и система будет иметь вид:

Z(X) = -x1 + 40

x1 + x2 = 10

-x1 + x3 = 0

x1 + x6 = 0

x1 + x4 = 5

-x1 + x5 = 5

Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x2, x3, x6, x4, x5

Полагая, что свободные переменные равны 0, получим первый опорный план:

X0 = (0,10,0,5,5,0)

Первая симплекс таблица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x2 | 10 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x3 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| x6 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| x4 | 5 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| x5 | 5 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Z(X0) | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Текущий опорный план *неоптимален*, потому что в индексной строке коэффициенты > 0.

В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной c наибольшим коэффициентом (х1)

Находим минимум по строкам:

min (10 : 1 , - , 0 : 1 , 5 : 1 , - ) = 0

То есть, третья строка - ведущая. На пересечении первого столбца и первой строки находится РЭ = 1.

Формируем новую симплекс-таблицу. Вместо переменной х6 в план войдет переменная х1. Элементы находим по правилу треугольника.

Таким образом, получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x2 | 10 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| x3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| x1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| x4 | 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -1 |
| x5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| Z(X1) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |

Среди значений в индексной строке отсутствуют элементы, которые больше нуля, поэтому данная таблица является окончательной. Оптимальный план найден:

x1 = 0, x2 = 10, x3 = 0, x4 = 5, x5 = 5, x6 = 0

Затраты: Z(X) = 2 × 10 + 1×5 + 3×5 = 40

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Потребитель В1****5 шт** | **Потребитель В2****15 шт** |
| **Поставщик А1****10 шт** | **0**С11 = 1 | **10**С12 =2 |
| **Поставщик А2****5 шт** | **0**С21 = 2 | **5**С22 = 1 |
| **Поставщик А3****5 шт** | **5**С31 = 3 | **0**С23 = 4 |

**Заключение**

Транспортная задача является особым типом задач линейного программирования. Общепринятое решение ЗЛП – с помощью симплекс-метода – является неоправданно сложным и объемным при решении данного вида задач, поскольку для самой простой задачи 3х3 появляется 9 переменных и 9 ограничений.

Транспортные задачи являются важным средством решения многих экономических проблем, возникающих перед предприятиями, поэтому для их решения были разработаны специальные методы решения, которые значительно легче симплекс-метода.

Список литературы

1. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ. — М.: Издательский дом "Вильямс", 2005. — 912 с: ил.
2. Г.Вагнер. Основы исследования операций. - М., Мир, 1972-1973. -336 с.
3. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособие для студентов эконом. спец. вузов.— М.: Высш. шк., 1986.— 319 с