**Контрольная работа №1**

**1. Вычислить сумму ряда:**

**Решение.**

Представим в виде суммы простейших дробей.

Где A и B – неопределенные коэффициенты, так как

То для определения коэффициентов A и B получаем систему:

Таким образом, правильная дробь представляется суммой двух простейших дробей:

Найдём частичную сумму ряда:

Вычислим сумму ряда:

Представим в виде суммы простейших дробей.

Где A и B – неопределенные коэффициенты, так как

То для определения коэффициентов A и B получаем систему:

Таким образом, правильная дробь представляется суммой двух простейших дробей:

Найдём частичную сумму ряда:

Вычислим сумму ряда:

**2. Исследовать на сходимость ряд:**

**Решение.**

Проверим выполнение необходимого признака сравнения:

Исследуемый ряд расходится, так как не выполнен необходимый признак сходимости ряда.

Используем первый признак сравнения. Сравним данный ряд с гармоническим рядом , который расходится

Получено конечное число, отличное от нуля, значит, исследуемый ряд расходитсявместе с рядом  .

Используем первый признак сравнения. Сравним данный ряд с рядом , который сходится

Получено конечное число, отличное от нуля, значит, исследуемый ряд сходитсявместе с рядом  .

Используем радикальный признак Коши:

Следовательно, ряд расходится.

Используем признак Даламбера:

Находим:

Таким образом, ряд сходится.

**3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряд**

**Решение.**

Используем признак Лейбница.

Ряд является знакочередующимся.

члены ряда убывают по модулю.Каждый следующий член ряда по модулю меньше, чем предыдущий, значит, убывание монотонно.

Ряд сходится по признаку Лейбница.

Исследуем ряд на абсолютную сходимость:

Данный ряд расходится, т.к.

Исследуемый рядра**сходится**. Следовательно, ряд сходится только условно.

**4. Найти радиус, интервал и область сходимости ряда**

**Решение.**

Находим R:

Значит область сходимости

Проверим сходимость на правой границе интервала:

Используем признак Лейбница:

Данный ряд является знакочередующимся.

Исследуем ряд на абсолютную сходимость:

Данный ряд сходится, т.к.

Проверим сходимость на левой границе интервала:

Данный ряд сходится, т.к.

Следовательно, область сходимости ряда:

**5. Разложить функцию в ряд Маклорена и найти его радиус сходимости.**

**Решение.**

Используем формулу:

Найдем производные:

Подставляем в формулу:

Находим R:

Область сходимости состоит только из одной точки x=0

**Контрольная работа 2**

**1. Решить задачу Коши:**

**Решение.**

Найдем частное решение при заданном начальном условии

**2. Решить линейное уравнение первого порядка:**

**Решение.**

Сделаем замену:

Составим систему:

Решаем каждое уравнение систем отдельно:

Подставляем во второе уравнение системы:

Общее решение:

**3. Решить уравнение Бернулли:**

**Решение.**

Сделаем замену:

Составим систему:

Решаем каждое уравнение систем отдельно:

Подставляем во второе уравнение системы:

Общее решение:

**4. Решить уравнение в полных дифференциалах:**

**Решение.**

Данное уравнение является уравнением в полных дифференциалах, т.к. выполняется критерий

в данном случае:

Выполнение критерия означает, что существует некая функция *U*(*x*; *y*) для которой

Из первого равенства, интегрируя по x, находим:

из второго равенства, интегрируя по y, находим:

Искомая функция (недостающие слагаемые из )

Общий интеграл уравнения:

**5. Решить однородное дифференциальное уравнение.**

**Решение.**

Сделаем замену:

Сделаем обратную замену:

Общее решение имеет вид:

**6. Решить задачу Коши:**

**Решение.**

Искомое решение имеет вид:

Составим характеристическое уравнение:

Его корни равны:

Следовательно, общее решение имеет вид:

выберем в виде:

Находим производные:

И подставляем в левую часть уравнения:

Следовательно, общее решение неоднородного уравнения:

Найдем

С учетом начальных условий получим систему:

Отсюда:

Тогда частное решение исходного уравнения примет вид:

**7. Найти решение задачи Коши:**

**Решение.**

Выразим из второго уравнения системы:

Дифференцируем по*t*:

Подставим*y* и в первое уравнение системы:

Характеристическое уравнение:

Дифференцируем по*t*:

Подставим и в уравнение (\*):

Общее решение системы:

Найдем частное решение при заданных начальных условиях:

**8. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:**

**Решение.**

Выразим из второго уравнения системы:

Дифференцируем по*t*:

Подставим*y* и в первое уравнение системы:

Характеристическое уравнение:

выберем в виде:

Находим производные:

И подставляем в левую часть уравнения:

Следовательно, общее решение неоднородного уравнения:

Дифференцируем по*t*:

Подставим и в уравнение (\*):

Общее решение системы:

**9. Найти общее решение разностного уравнения:**

**Решение.**

Разностное уравнение с постоянными коэффициентами решается по той же схеме, что и дифференциальное. Сначала решаем однородное уравнение

Для этого составляем характеристическое уравнение

его корни

Общее решение однородного уравнения

Частное решение неоднородного ищем в виде

Подставляя в уравнение, получаем

Общее решение разностного уравнения