1. Найти минимальное значение x+y.

$$\left\{\begin{matrix}x^{2}-xy+3y^{2}=27\\-6x^{2}+6xy+2y^{2}=18\end{matrix}\right.⇒\left\{\begin{matrix}x^{2}-xy+3y^{2}=27\\-6\left(x^{2}-xy\right)+2y^{2}=18\end{matrix}\right.⇒\left\{\begin{matrix}m+3n=27\\-6m+2n=18\end{matrix}\right.⇒\left\{\begin{matrix}2m+6n=54\\-18m+6n=54\end{matrix}\right.⇒\left\{\begin{matrix}20m=0\\-18m+6n=54\end{matrix}\right.⇒\left\{\begin{matrix}m=0\\n=9\end{matrix}\right.⇒\left\{\begin{matrix}x^{2}-xy=0\\y^{2}=9\end{matrix}\right.⇒\left\{\begin{matrix}x^{2}-xy=0\\y=\pm 3\end{matrix}\right.⇒$$

$$⇒\left\{\begin{matrix}x\left(x-y\right)=0\\y=\pm 3\end{matrix}\right.⇒\left(0;\pm 3\right);\left(\pm 3;\pm 3\right);$$

x2-xy=m; y2=n

-3-3=-6→min

2. Сколько литров 10% раствора кислоты нужно добавить к 6 л 75% раствора той же кислоты, чтобы получить 40% раствор.x(л) – объём 10% раствора кислоты;

0,1x+6∙0,75=0,4(x+6)

0,3x=2,1

x=7 – литров 10% раствора кислоты нужно добавить

3. Найдите число целых решений неравенства.

$$-\frac{1}{x+1}\geq \frac{x^{2}-3x-2}{\left(x+1\right)\left(x+3\right)}$$

$$\frac{x^{2}-3x-2}{\left(x+1\right)\left(x+3\right)}+\frac{1}{x+1}\leq 0$$

$$\frac{1}{x+1}\left(\frac{x^{2}-3x-2}{x+3}+1\right)\leq 0$$

$$\frac{x^{2}-2x+1}{\left(x+3\right)\left(x+1\right)}\leq 0$$

$$\frac{\left(x-1\right)^{2}}{\left(x+3\right)\left(x+1\right)}\leq 0$$

$$\left\{\begin{matrix}\left(x+3\right)\left(x+1\right)\left(x-1\right)^{2}\leq 0\\x+3\ne 0;x+1\ne 0\end{matrix}\right.$$

x∈(-3;-1)∪{1}

{-2;1} – целые решения

2 целых решения

4. Велосипедист каждую минуту проезжает на 500 метров меньше мотоциклиста, поэтому на весь путь в 120 км он затрачивает на 2 часа больше, чем мотоциклист. Найти скорость велосипедиста (км/ч).

x(км/ч) – скорость велосипедиста;

500(м/мин)=0,5$∙$60(км/ч)=3(км/ч);

x+3(км/ч) – скорость мотоциклиста;

$$\frac{120}{x}-время велосипедиста; \frac{120}{x+3}-время мотоциклиста;$$

$$\frac{120}{x}-\frac{120}{x+3}=2$$

120(x+3)-120x=2x(x+3)

x2+3x-180=0

x=12 – скорость велосипедиста (км/ч).

5. Найти сумму корней уравнения.

|x-2|+3|x-4|=6

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | x≤2 | 2≤x≤4 | x≥4 |
| x-4 | - | - | + |
| x-2 | - | + | + |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1) x≤2-(x-2)-3(x-4)=6-4x+14=6x=2 | 2) 2≤x≤4x-2-3(x-4)=6-2x+10=6x=2 | 3) x-2+3(x-4)=64x-14=6x=5 |

x=2; x=5

5+2=7 – сумма корней;

6. Найти сумму целых решений неравенства.

$$\sqrt{x-1}\geq x-3$$

|  |  |
| --- | --- |
| $$1)\left\{\begin{matrix}x-1\geq \left(x-3\right)^{2}\\x-1\geq 0\\x-3\geq 0\end{matrix}\right.$$$$\left\{\begin{matrix}x^{2}-7x+10\leq 0\\x\geq 3\end{matrix}\right.$$$$\left\{\begin{matrix}\left(x-5\right)\left(x-2\right)\leq 0\\x\geq 3\end{matrix}\right.$$x∈[3;5] | $$2)\left\{\begin{matrix}x-1\geq 0\\x-3<0\end{matrix}\right.$$$$\left\{\begin{matrix}x\geq 1\\x<3\end{matrix}\right.$$x∈[1;3) |

x∈[1;5]

1+2+3+4+5=15 – сумму целых решений неравенства;

7. Найти сумму корней в градусах уравнения принадлежащих отрезку [0;360].

$$\cos(x)-2\sqrt{3}sin^{2}x=\cos(3x)$$

$$\cos(x)-\cos(3x)=2\sqrt{3}sin^{2}x$$

$$-2\sin(\frac{x+3x}{2})\sin(\frac{x-3x}{2})=2\sqrt{3}sin^{2}x$$

$$\sin(2x)\sin(x)-\sqrt{3}sin^{2}x=0$$

$$\sin(x)\left(\sin(2x)-\sqrt{3}\sin(x)\right)=0$$

$$\sin(x)\left(2\sin(x)\cos(x)-\sqrt{3}\sin(x)\right)=0$$

$$\sin(x)\left(2\cos(x)-\sqrt{3}\right)=0$$

|  |  |
| --- | --- |
| $$\sin(x)=0$$$$x=πk;k\in Z$$ | $$2\cos(x)-\sqrt{3}=0$$$$\cos(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$$$$x=\pm \frac{π}{6}+2πk;k\in Z$$ |

{0;180; 360; 30; 330} – корни в градусах на [0;360]

180+360+30+330=900 – сумма корней в градусах;

8. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение имеет единственное решение.

(a-2)x2+(4-2x)x+3=0

(a-2)x2-2x2+4x+3=0

(a-4)x2+4x+3=0

D=42-12(a-4)=60-12a=0⇒a=5

a-4=0⇒4x+3=0⇒x=-3/4⇒a=4

9. Вычислить.

НОК(126;84)-НОД(1575;495)=252-45=207

|  |  |
| --- | --- |
| 126=84∙1+4284=42∙2+0НОД(126;84)=42$$НОК\left(126;84\right)=\frac{126∙84}{НОД(126;84)}=\frac{126∙84}{42}=252$$ | 1575=495∙3+90495=90∙5+4590=45∙2НОД(1575;495)=45 |

10. Найдите число, 25% которого равны x.

$$x=\sqrt{9-2\sqrt{14}}+\frac{5}{\sqrt[3]{\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)^{3}}}=\sqrt{\sqrt{7}^{2}-2\sqrt{14}+\sqrt{2}^{2}}+\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}=\sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)^{2}}+\frac{5\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)}=\sqrt{7}-\sqrt{2}-\frac{5\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)}{5}=\sqrt{7}-\sqrt{2}-\sqrt{2}-\sqrt{7}=-2\sqrt{2}$$

$$4∙\left(-2\sqrt{2}\right)=-8\sqrt{2}-число, 25\% которого равны x$$

11. Упростите выражение.

$$\frac{a+2\sqrt{ab}+b}{a-b}∙\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{a+b+\sqrt{ab}}=\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^{2}}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}∙\frac{\sqrt{a^{3}}-\sqrt{b^{3}}}{a+b+\sqrt{ab}}=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}∙\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(a+b+\sqrt{ab}\right)}{a+b+\sqrt{ab}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

12. Найдите сумму квадратов корней уравнения.

3x2-5x-1=0

x1+x2=5

x1x2=-1

x12+x22=(x1+x2)2-2x1x2=27